# 船型の数式表示について

## 1．はじめに

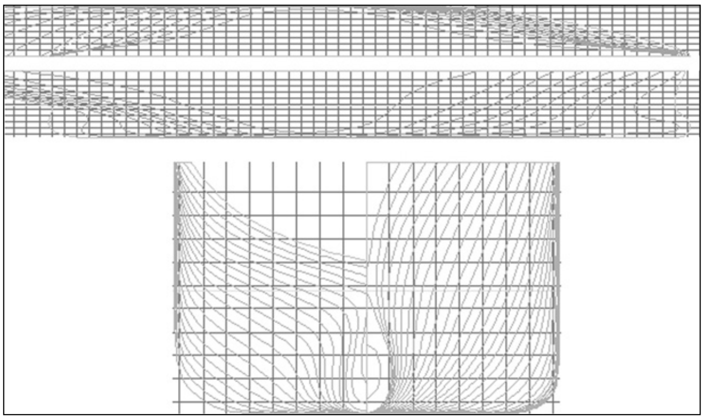
船の推進性能評価にCFDが使われるようになりましたが、初期検討から概略線図までは、主要目比や肥瘠係数等のパラメータと水槽試験データを関連付ける性能評価が主体です。本誌に紹介している船型設計システムでは、CpカーブやCwカーブ等、曲線の数式表示パラメータを加え、蓄積された水槽試験データの統計解析やニューラルネットワークにより推進性能要素と関連付けた上で、遺伝アリゴリズムにより優れた子孫、即ち推進性能に優れた遺伝子（船型パラメータ）組合せを設定し、最後に、具体的な船体形状（線図）を創生します。

本稿では、本システムの基本となるCp、Cwカーブ等、図面データの数式表示法、パラメータと推進性能要素の関連等について概略説明します。

## 1．線図の構成について

船体という複雑・精緻・滑らかな3次元空間曲面を2次元平面に投影した図が線図です（図－1）。即ち、船首と船尾の曲面部分と船底ビルジ部を除き大部分が立方体の平行部を船長方向の特定位置(SS.No.)で切った断面形状(Frame Line)、所定高さで船長方向に水平に切った線(Water Line)、中心から所定幅位置で垂直に切った線(Buttock Line)を主体に、船首尾プロファイル、中央断面、船側と船底の平滑部がFrame Lineと接する点を連ねたSide Flat End LineやBottom Flat End Line、甲板端Deck Side Line等の3次元空間曲線群の投影図です。

曲面は、計画喫水での幅、喫水下曲面が囲む容積の船長方向分布や積分値の水線面積や排水容積等の条件を満足せねばなりません。又、曲面の数式表示は困難なため、一般に、各SS.No.での高さと幅の寸法で表示されます。



図－１　線図　（MaxSurfサンプルデータより）

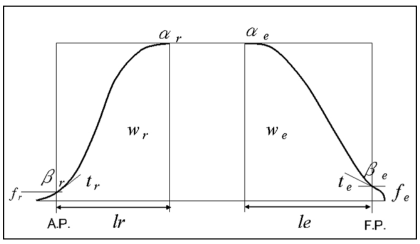
線図の評価は、上記2次元平面上の投影曲線間の幾何学的整合精度と滑らかさでなされ、創生から詳細設計の各段階に必要な精度と滑らかさ向上、所謂、フェアリング精度向上に大方の時間が費やされます。この事態は、コンピュータ化が進む現在も基本的に変らず、船型の数式表示が期待されて来た所以です。

## 2．Cpカーブの数式表示

線図創生は、CpやCwカーブの設定から始まります。図－２にCpカーブの概略構成を示します。船首(Entrance)、船尾(Run)をe、rで示し、船長（垂線間長L）を1.0としたときの、船首尾曲線部長さをle、lr。これらを改めて1.0とした場合の曲線部面積をwe、wr、とすれば、AP-FP間（主要部）柱状係数Cp'は、長さ幅比L/B、Le=L×le、Lr ＝ L×lrとして、以下の式で表されます。

$$\frac{L}{B}(1-Cp')=\frac{Le}{B}(1-w_e)+\frac{Lr}{B}(1-w_r)=\frac{He}{B}+\frac{Hr}{B}$$

即ち、船首尾部曲線の長さと面積で全体の肥大度が評価出来る事が分かります。




図－２　Cp、Cwカーブ

船首尾部の曲線を、先端x=0、肩x=1間の関数、

$$y(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4+a_5x^5+a_6x^6$$

とし、x=1、x=0における以下の条件から出来る連立方程式を解き、整理します。

$x=1.0$

$$y(1)=1.0、\ \frac{dy}{dx}=0.0、\ \frac{d^2y}{dx^2}=\alpha$$

$x=0.0$

$$y(0)=f、\ \frac{dy}{dx}=t、\ \frac{d^2y}{dx^2}=\beta$$

$0\le x\le 1$

$$\int_0^1 y(x)dx=w$$

$$y(x)=A_0(x)+A_1(x)w+A_2(x)f+A_3(x)t+A_4(x)\alpha+A_5(x)\beta$$

$$A_0(x)=-60x^3+195x^4-204x^5+70x^6$$

$$A_1(x)=140x^3-420x^4+420x^5-140x^6$$

$$A_2(x)=1-80x^3+225x^4-216x^5+70x^6$$

$$A_3(x)=x-20x^3+50x^4-45x^5+14x^6$$

$$A_4(x)=-\frac{2}{3}x^3+\frac{5}{2}x^4-3x^5+\frac{7}{6}x^6$$

$$A_5(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{8}{3}x^3+5x^4-4x^5+\frac{7}{6}x^6$$

即ち、Cpカーブは、先端のCp値f、勾配t、2次微係数β、肩の2次微係数α、及び面積ｗと、xのみの関数A0(x)の1次結合で表される事が分かります。ここで、モーメントは、

$$m=\int xy(x)dx=\frac{3}{28}+\frac{w}{2}-\frac{3}{28}f-\frac{t}{84}+\frac{(\alpha-\beta)}{1680}$$

となります。従って、曲線は以下の様に数値パラメータで表されます。

船首部（Entrance）

Le/B,le,we,fe,te,αe,βe,me,He/B

船尾部（Run）

Lr/B,lr,wr,fr,tr,αr,βr,mr,Hr/B

浮心は、

$$l_{CB} = 100\left(\frac{M}{Cp'} - 0.5\right)$$

$$M = l_e^2 m_e + (1 - l_e - l_r)\left(\frac{1 - l_e - l_r}{2} + l_e\right) + \left(l_r w_r - l_r^2 m_r\right)$$

となります。

なお、船首バルブや船尾端部に対応する付加分の説明は、今回は省略します。

## 3．Cwカーブの数式表示

Cwカーブは、図ー2に示す様に、基本的にCpカーブと同じ性質の曲線です。従って、数式表示法及びパラメータの意味は同じですので、上記のパラメータに、wを付けて、以下のように表されます。

Entrance;Lew/B,lew,wew,few,tew,
　　　　$\alpha$ew,$\beta$ew,mew,Hew/B

Run　　;Lrw/B,lrw,wrw,frw,trw,
　　　　$\alpha$rw,$\beta$rw,mrw,Hrw/B

浮面心は、

$$l_{Cf} = 100\left(\frac{M_w}{Cw'} - 0.5\right)$$

$$M_w = l_{ew}^2 m_{ew} + (1 - l_{ew} - l_{rw})\left(\frac{1 - l_{ew} - l_{rw}}{2} + l_{ew}\right) + \left(l_{rw} w_{rw} - l_{rw}^2 m_{rw}\right)$$

mew、mrwは、Cpカーブの式と同じです。船尾端対応分の説明は省略します。

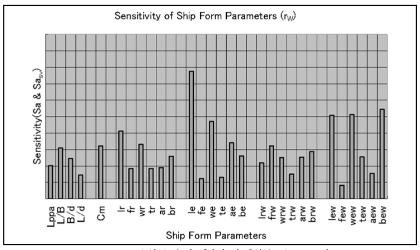
## 4．数式表示式の適用性確認

上記の表示式の適用性を、既存の船型データを用いて調査しました。即ち、既存のCp、Cwカーブと数式表示曲線の差を最小とする最小二乗法を、方形係数CBが0.4から0.9という広範囲で多様な船型に適用し、特殊な数例を除き、良好な適用性を確認し、併せて、パラメータのデータベース構築が行われました。

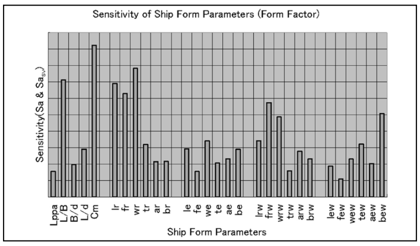
## 5．推進性能要素との関連調査

以上のCp、Cwカーブのパラメータと推進性能要素、即ち、形状影響係数K、造波抵抗係数rw、自航要素(1-t、1-w、$\eta_R$)との相関を蓄積された水槽試験データを介して調査しました。

図－3に造波抵抗係数との相関を図－4に形状影響係数との相関を示します。造波抵抗係数の場合、船首Cpカーブ長さle、面積we船首Cwカーブ面積wew、船首端2次微分$\beta$ewの相関が際立って高いこと、形状影響係数の場合は、長さ幅比L/B、中央断面積係数Cmと共に、船尾Cpカーブ長さlr、面積wr、船尾端値frや船尾Cwカーブ長さlrw、面積wrw、船尾端値frw等の船尾特性との相関が高い事が分かります。この様な調査を基に、神経細胞の情報伝達機能を模したニューラルネットワークの結合荷重行列を設定しましたが、既に紹介されていますので省略します。



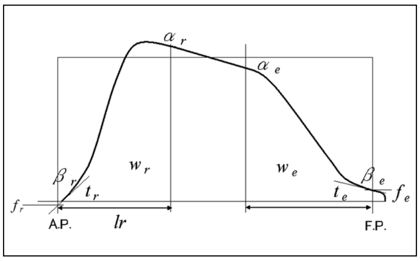

図－３　造波抵抗係数との相関




図－４　形状影響係数との相関

## 6．トリム付きバラスト状態への拡張

バラスト状態のCpカーブは、図－5の様に、トリム（大方はAft Trim）により特徴付けられます。Cpカーブ上のトリムPは、肩部x=le、lrでの値、Cp(le)、Cp(lr)、及び平行部の長さ(1-le-lr)によりP=(Cp(lr)-Cp(le))/(1-le-lr)となりますが、船体トリム、T(%)=100(da-df)/Lから、P=(T/100)((L/B)(B/d)Cm)です。




図－５　トリム付Cpカーブ

ここで、da、dfはAP、FPでの喫水、Lは船長、Cmは平均喫水(da+df)/2での中央断面積係数です。

トリム無しCpカーブを$y_0(x)$、トリム付きのCpカーブをy(x)、浮面心をlcf、Cwカーブをyw(x)とし、Aft trimの場合EntranceのCpカーブは以下の通りです。

$$X = 0.0 - \frac{l_{ew}}{l_e}$$

$$y(x) = y_0(x) - P(0.5 + lcf - l_e \cdot x) \cdot y_w\left(\frac{l_e}{l_{ew}} x\right)$$

$$x = \frac{l_{ew}}{l_e} - 1.0$$

$$y(x) = y_0(x) - P(0.5 + lcf - l_e \cdot x)$$

又、Runの場合は以下の通りです。

$$X = 0.0 - \frac{l_{rw}}{l_r}$$

$$y(x) = y_0(x) + P(0.5 - lcf - l_r \cdot x) \cdot y_w\left(\frac{l_r}{l_{rw}} x\right)$$

$$x = \frac{l_{rw}}{l_r} - 1.0$$

$$y(x) = y_0(x) + P(0.5 - lcf - l_r \cdot x)$$

$y_0(x)$を上記と同形式の多項式とし、トリム付きCpカーブの肩と先端の条件より、

$$x = 1.0$$

$$y(1) = 1.0 - (0.5 + lcf - l_e)、\ \frac{dy}{dx} = P \cdot l_e、\ \frac{d^2 y}{dx^2} = \alpha_e$$

$$x = 0.0$$

$$y(0) = f_e、\ \frac{dy}{dx} = t_e、\ \frac{d^2 y}{dx^2} = \beta_e$$

$$0 \le x \le 1$$

$$\int_0^1 y(x)dx = w_e$$

$$y(x) = A_0(x) + A_1(x)w_e + A_2(x)f_e + A_3(x)t_e + A_4(x)\alpha_e + A_5(x)\beta_e - A_6(x)(0.5 - lcf - l_e) + A_7(x)P \cdot l_e$$

Runの場合は、

$$y(x) = A_0(x) + A_1(x)w_r + A_2(x)f_r + A_3(x)t_r + A_4(x)\alpha_r + A_5(x)\beta_r + A_6(x)(0.5 + lcf - l_r) - A_7(x)P \cdot l_r$$

です。なお、$A_0(x)$から$A_5(x)$は、4.に記載の式と同じで、

$$A_6(x) = A_0(x)$$

$$A_7(x) = 10x^3 - 35x^4 + 39x^5 - 14x^6$$

がトリム影響として加わります。

バラスト状態のCwカーブは、傾斜船型で無ければ、全幅はトリムにより変化しないと見做せますから、基本的特性は、3．に記載した方法が適用可能です。更に、バラスト状態では、船首バルブや船尾端形状対応の付加分が満載状態に比べて相対的に大きくなり重要性を増しますが、紙面の関係から別途紹介します。

（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について（その2）

SRC News No.81で、Cp曲線の数式表示について紹介しました。本稿では、この表示式を船体曲面表示に拡張する試みについて紹介します。

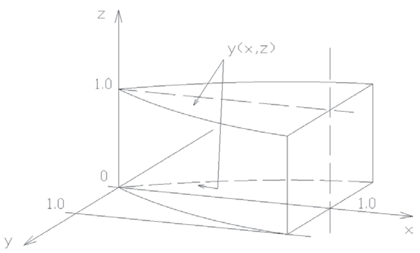
## 1．船体曲面の基本表示式

Cp曲線の表示式を以下に示します。

$Cp(x) = Ao(x) + A1(x)\,w + A2(x)\,f + A3(x)\,t + A4(x)\alpha + A5(x)\beta$

ここで 、xは前端0,肩で1.0の無次元長さ、wは曲線の面積、f,t,$\beta$は前端でのCp値、1次微分及び2次微分、$\alpha$は肩での2次微分です。関数Ao(x) ～ A5(x)については、SRC News No.81を参照下さい。この式は、計画満載状態、バラスト状態、トリム付き状態のCp曲線,Cw曲線に広く適用可能な事が確認されましたが、この事は、w, f, t, $\alpha$,$\beta$を深さzの関数として描かれる水線曲線（Water Line Curve）を重ねると船体に似た曲面になる事を示唆します。各水線の先端と肩位置を同じとし、曲面を幅y、長さx,深さzの関数として以下のように記述してみます（図－1）。

$y(x, z) = bo(z)( Ao(x) + A1(x)w(z) + A2(x)f(z) + A3(x)t(z) + A4(x)\alpha(z) + A5(x)\beta(z))$、$y=Y/(B/2)$, $z=Z/d$,、B,dは最大幅及び計画喫水です。




図－1　座標

前端からの距離xでの断面積Cp(x)Cmは、以下の様に関係付けられますから、

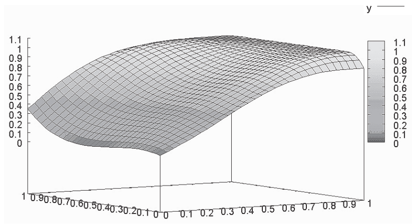
$\int y(x, z)dz = Cm( Ao(x) + A1(x)\,wp + A2(x)\,fp + A3(x)\,tp + A4(z)\alpha p + A5(x)\beta p)$、各パラメータは、

$Cm=\int bo(z)dz$, $wp=\int bo(z)w(z)dz$, $fp=\int bo(z)f(z)dz$, $tp=\int bo(z)t(z)dz$ ,

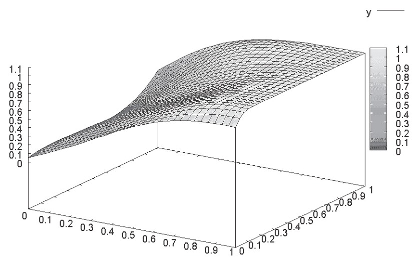
$\alpha p=\int \alpha(z)bo(z)dz$,

$\beta p=\int \beta(z)bo(z)dz$と対応し,容積は、

$\int\int y(x,z)dxdz = wpCm$となります。



図－2　船尾類似形状（船低後方より上方を俯瞰）

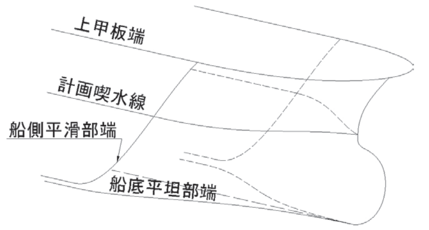


図－3　船尾類似曲面（船低前方より上方を俯瞰）

bo(z),w(z),f(z),t(z),$\alpha$(z),$\beta$(z)を簡単な関数で表し、船首尾形状に似た曲面を描いた例を図－2、図－3に示します。条件設定に工夫は必要ですが、比較的単純な関数表示のパラメータで複雑な船体曲面が描けそうです。

## 2．船体形状の特徴と表示式

通常の船体形状の場合、各水線の先端から肩までの長さは異なり、船首尾端も深さにより変わります。線図は、①曲線状の船首尾プロファイル、②上甲板縁を連ねた曲線、③計画喫水線、④船底平滑域と上方の曲面との接点を連ねた曲線、⑤船側平滑部と前後の曲面部との接点を連ねた曲線及び⑥最大断面形状曲線等の基本フレームに水線という針金を巻きつけて作られた曲面と理解されますが、数式表示に、これらフレームを考慮する必要があります（図－4)。

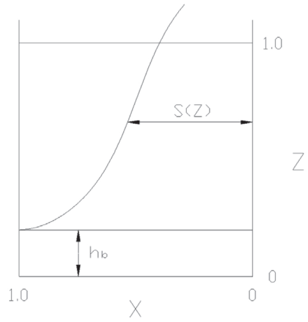



図－4　主要フレーム

以下に、⑤Side Flat End Lineを考慮する数式表示を紹介します。高さzの水線において、先端x=0から肩までの距離をs(z)とします（図－4）。なお、s(z)は、s(z)=1となるCp曲線肩部で、z=hb, $ds(z)/dz = \infty$, z=1で、s(1)=lw（Cw曲線長さ/Cp曲線長さ）の条件に勾配等の条件を加えて、例えば以下のような形式が提案されます。

$1-s(z)=ao\,Z^{(-1/n)} + a2\,Z^2 + a3\,Z^3$

Z=(z-hb)/(1-hb), hbは、最大断面形状において、船側垂直線と船底からの円弧の接点高さです（図－5)。




図－5　サイドフラットエンドライン

(2)　座標

0<x<s(z)の範囲では、x`=x/s(z)を(2)式に代入し、(x,y(x`,z),z)が得られます。

s(z)<x<1の範囲では、幅は1ですから、座標は、(x,1,z)となります。

(2)　断面積分布

0<x<lwの範囲、$A(x)=\int y(x`, z)dz$

lw<x<1の範囲、A(x)=Ac(x) + Af(x)

$Ac(x)=\int y(x`, z)dz$ ; z=0 ～ h(s(z))

Af(x)=(1 – h(s(z))

h(s(z))は、x=s(z)での高さ、s(z)の逆関数で、h(lw)=1, h(1)=hbです。

(3) 容積

　$V=\int\int y(x, z)dxdz = Vc + Vf$

　$0<x<s(z)$; 曲面範囲

$Vc=\int\int s(z)y(x`, z)dx`dz=\int s(z)w(z)dz$

$s(z)<x<1$; 船側平滑範囲

　$Vp=1-hb-\int s(z)dz$

(4) Cp曲線のパラメータとの関連

位置xでの面積は、$\int Ao(x`)bo(z)dz$

$+\int A1(x`)w(z)bo(z)dz$

$+\int A2(x`)f(z)bo(z)dz$

$+\int A3(x`)t(z)bo(z)dz$

$+\int A4(x`)\alpha(z)bo(z)dz$

$+\int A5(x`)\beta(z)bo(z)dz$

$=Ao(x)Cm+A1(x)wp+A2(x)fp+A3(x)tp$

　$+A4(x)\alpha+A5(x)\beta p$の関係から、

(4-1) x=x`=0にて、

　$\int f(z)bo(z)dz=fp$,

　$\int (t(z)/s(z))bo(z)dz=tp$

　$\int (\beta z)/s(z)^2)bo(z)dz=\beta p$

(4-2) 容積より

$1-hb-\int s(z)dz+\int s(z)w(z)bo(z)dz$

　$= wpCm$

(4-3) x=1において、

　$0<z<hb$で、$s(z)=1$、$y=bo(z)$

　$hb<z<1$で、$y=bo(z)=1$、従って、

$\int bo(z)dz+(1-hb)=Cm$

　なお、積分範囲は、0～hbです。

(4-4) 2次微分の式では、x=1において、$s(z)=1$で、$\alpha$の項のみが残り、

$\int \alpha(z)bo(z)dz=\alpha p$となります。但し積分範囲は、実質的にz=0～hbです。

　更に、船首尾形状、喫水線上形状と検討を進めねばなりませんが、その前に曲面の評価法について考察します。

## 3. 曲面を評価する方法について

　連続な関数表示の曲面でも、凹凸ゼロの保証は無く、滑らかさ評価や改善は必要です。其の手法は2次元線図のフェアリングではなく、3次元曲面の特性評価となる筈です。以下、曲面幾何学に従い、直交座標系で数式表示された曲面の特性、即ち、基本形式や曲率等の式を導き、船型数式表示法への適用を検討します。

　数式表示された空間曲面、$y=f(x, z)$を$P=(x, f(x, z), z)$で表し、接平面の成分$Px=dP/dx=(1,p,0)$, $Pz=dP/dz=(0,q,1)$、この接平面に直交する法ベクトル

　$e=(Px X Pz)/|Px X Pz|$を求めます。

　ここで、$p=dy/dx$,$q=dy/dz$, Xは外積、| |は絶対値、法ベクトルeは、$(p, -1, q)/\sqrt{S}$, $S=(1+p^2+q^2)$となります。

　第1基本形式、或いはリーマン計量は曲面上の微少長さを意味し、その式は

$dP. dP=(Px dx +Pz dz). (Px dx + Pz dz)$

$=Px. Pxdxdx+2Px. Pzdxdz+Pz. Pzdzdz$

$=E dxdx + 2F ddxdz + G dzdz$です。

ここで、$E=1+p^2$, $F==pq$, $G==1+q^2$が得られます。第2基本形式は、曲面の凹凸の程度を意味し、式は以下の通りです。

　$-dPde= -(Pxdx+Pzdz). (exdx+ezdz)$

　$= -(Px. ex + Px. ez + Pz. ex + Pz. ez)$

　$=Ldxdx + 2Mdxdz + Ndzdz$

　$L=Pxx. e= -Px. ex$, $M=Pxz. e= -Px. ez$

　$= -Pz. ex$, $N=Pzz. e= -Pz. ez$, となり、

$Pxx=(0.r,o)$, $Pxz=(0,s,0)$, $Pzz=(0.t,0)$

$r=d^2y/dx^2$, $s=d^2y/dxdz$, $t=dq^2y/dz^2$、から、L,N,Nが得られます。

　$L= -r/\sqrt{S}$, $M= -s/\sqrt{S}$, $N= -t/\sqrt{S}$

曲率は、曲面上の曲線ベクトルの2回微分として定義され、接ベクトル方向曲率と法ベクトル方向曲率があります。法方向曲率には、主曲率、ガウスの曲率(K)及び平均曲率(H)があり、E,F,G,L,M,Nにより表せます。以下に、ガウス曲率と平均曲率の式を示します。

$K = (LN - M^2)/(EG - F^2)$

$H = (EN + GL - 2FM)/(2(E G - F^2))$

　測地線は、接ベクトル方向の曲率、即ち測地的曲率が0となる座標を連ねた線と定義され、以下の微分方程式で表せます。

　$d^2x/ds^2+(pr/S)(dx/ds)^2$

　　$+2(ps/S)(dx/ds)(dz/ds)$

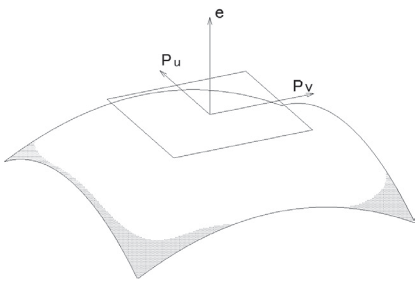
　　$+(pt/\sqrt{S})(dz/ds)^2=0$

　$d^2z/ds^2+(qr/S)(dx/ds)^2$

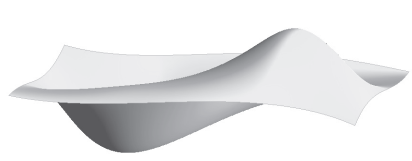
　　$+2(qs/S)(dx/ds)(dz/ds)$

　　$+(qt/S)(dz/ds)^2=0$

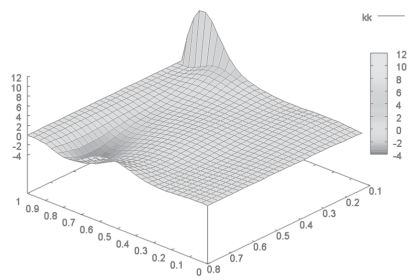
　面倒な式ですが、p,q,r,s,tは、前記表示式中の関数、Ao(x)～A5(x)、或いはパラメータ、bo(z), w(z), f(z), t(z), $\alpha(z)$, $\beta(z)$から得られます。次いで、基本形式E, F, G, L, M, N, 曲率K, H, 更に、測地線と演算を進めれば、曲面の特性を把握することが出来ます。以下に、図－2、図－3の船体後半部に似た形状のガウス曲率と平均曲率の計算結果を示します。



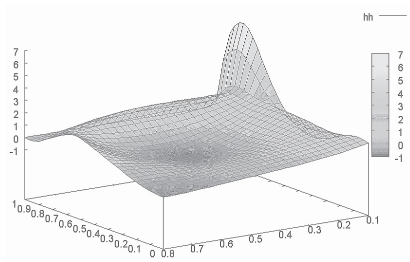

図－6　接平面と法ベクトル



図－7　曲面の凸凹




図－8　ガウス曲率分布（船後上方から斜め下方を俯瞰）




図－9　平均曲率分布（船後上方から斜め下方を俯瞰）

　曲面表示による船型設計には、以上の様な曲面の良否評価、曲面修正等の方法が必要です。これが次の課題となります。（続く）　　　　（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について（3）

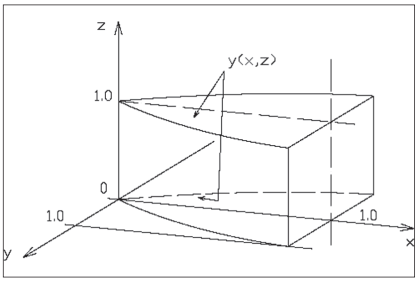
SRC News No.82で、船体曲面形状を数式で表示し、その幾何学計量の計算法、及び、端が垂直でSide Flat End Lineのない形状の計算例を紹介しました。本稿では、この表示式を、船首尾端形状が変化し、Side Flat End Lineが付き,更に喫水線より上方の形状が被さる複雑な曲面に拡張します。

## 1．船体曲面の基本表示式

Cp曲線（2次元平面曲線）表示式を船体（3次元空間）曲面に拡張した式を示します。即ち、先端垂直、Side Flat End Line無の船首(Entrance)或いは船尾(Run)曲面（基本形状）の幅yは、長さx,深さzの関数として以下の様に記述されます。

$y(x,z) = b(z)(Ao(x) + A1(x)w(z) + A2(x)f(z) + A3(x)t(z) + A4(x)\alpha(z) + A5(x)\beta(z))$

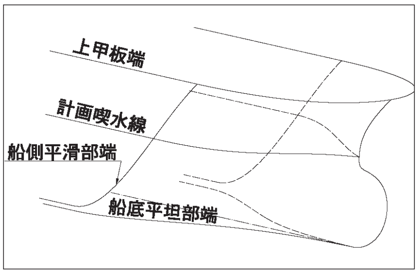
なお、曲面座標(x,y,z)は船首或いは船尾長さL，最大幅B,喫水dにより、$x = X/L$, $y = Y/(B/2)$, $z = Z/d$,の形に無次元化されています（図－1）。b(z)は最大断面形状、w(z)は深さzにおける水線面積、f(z),t(z),$\beta$(z)は先端での幅，勾配、曲率、$\alpha$(z)は肩での曲率に対応するパラメータ関数です。




図－1　座標

## 2．通常船体形状への拡張

基本形状の表示式をSide Flat End Lineが付き、船首尾端形状が深さ方向に変化し、更に、喫水線の上方形状が被さる通常の船体形状の表示に拡張します。なお、以後は、Side Flat End LineをSFL、船首尾端形状をProfileと、又、船首或いは船尾曲面を、Hull Formと略称します。Hull Formは、SFLとProfileに挟まれた曲面部分と、SFLと肩位置の垂線に挟まれた最大幅を持つ垂直平滑面部分に区分されます。ここで、FP、あるいはAPからの距離を、SFLはs(z)，Profileはg(z)とします。




図－2　船首尾プロファイル等

### 2－1　座標変換

原点をprofileに移し、肩がSFLとなる以下の座標変換を施します。

$Xo = (x - g(z))/(s(z) - g(z))$

原点をg(z)に移した深さzの水線長さがSFLまでの長さ(s(z) － g(z))により無次元化された結果、曲面部分は、先端垂直でSFLのない基本形状の式が適用可能となります。

$y(x,z) = b(z)(Ao(Xo) + A1(Xo)w(z) + A2(Xo)f(z) + A3(Xo)t(z) + A4(Xo)\alpha(z) + A5(Xo)\beta(z))$、但し、$Xo(x,z) = 0 \sim 1$ 即ち

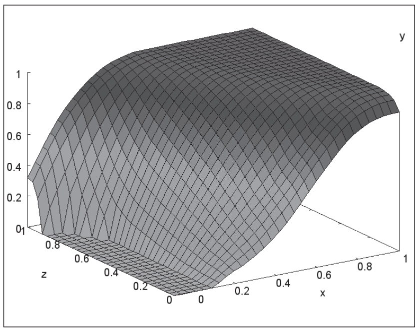
$x = g(z) \sim s(z)$が上式の適用可能範囲で、$x = s(z) \sim 1$では$y(x,z)=1$となります。

上式に、具体的なパラメータ関数、b(z), w(z), f(z), t(z), $\alpha$(z), $\beta$(z)を与えて曲面形状を創生します。

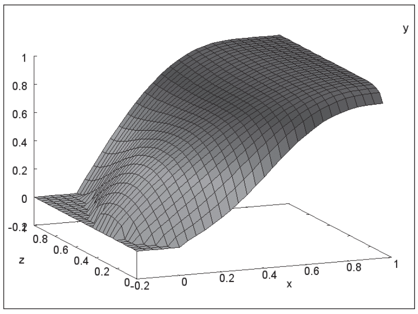
これらパラメータは、基本表示式の場合と同じですが、SFLやProfileに沿う関数のZ方向成分となります。

### 2－2　Hull Form 創生

基本形状に、ProfileとSFLを与えて喫水線下Hull Formを創生します。なお、形状調整のためにパラメータを変更する場合も、容積や喫水線面積対応のパラメータは変えないこととします。前号で紹介した基本形状を基に、肥大船を想定して創生した船首尾Hull Form（喫水線下形状）を図－3及び図－4に示します。



図－3　船尾



図－4　船首

## 3．幾何学計量の計算

### 3－1　計算式

SRC News No.82で、第1、第2基本形式や曲率の式を紹介しましたが、これらの基礎となる曲面の1次微分及び2次微分の式を曲面表示式から求めます。

曲面表示式；

$y(x,z) = b(z)\, yo(x,z)$

$yo(x,z) = \Sigma Ai(Xo)Bi(z);\ i = 0 \sim 5$

$Xo = (x - g(z))/(s(z) - g(z));$

$Bo(z) = 1,\ B1(z) = w(z),$

$B2(z) = f(z),$

$B3(z) = t(z),\ B4(z) = \alpha(z),$

$B5(z) = \beta(z)$

長さ方向の1次微分

$y1 = dy/dx = b(z)y01,$

$y01 = \Sigma (Ai)`Bi(z)/(s(z) - g(z))$

$(Ai)` = dAi(Xo)/dXo$

深さ方向の1次微分

$y2 = dy/dz = b(z)`yo + b(z)yO2$

$yO2 = -X1yo1 + yoo2$

$yOO2 = \Sigma Ai(Xo)(Bi(z))'$

$b(z)` = db(z)/dz,$

$(Bi(z))` = dBi(z)/dz$

$X1 = (s(z)` - g`(z))Xo + g(z)`$

$s(z)` = ds(z)/dz,\ g(z)` = dg(z)/dz$

長さ方向の2次微分

$y3 = d(y1/dx) = b(z)dyo1/dx = b(z)yo3$

$yo3 = \Sigma (Ai)" Bi(z)/(s(z)-g(z))^2$

$(Ai)" = d(Ai)`/dXo = d^2Ai(Xo)/dXo^2$

長さ及び深さ方向の2次微分

$y4 = dy1/dz = b(z)`yO1 + b(z)dyO1/dz$

$dyO1/dz = -sg(z)yO1 - X1\ yO3 + yO4$

$sg(z) = (s`(z) - g`(z))/(s(z) - g(z))$

$yO4 = \Sigma (Ai)`(Bi(z)`/(s(z) - g(z))$

深さ方向の2次微分

$Y5 = dy2/dz = b"(z)yo + 2b`(z)yO2$

$+ b(z)dyO2/dz$

$dyO2/dz = -(x2 - 2sg(z)X1)yO1$

$-x1^2yO3 - 2x1,\ yO4 + yO5$

$X2 = (s(z)" - g(z)")Xo + g(z)"$

$YO5 = \Sigma Ai(Xo)(Bi(z)"$

$(Bi(z))" = d(Bi(z))`/dz = d^2Bi(z)/dz^2$

$p = y1,\ q = y2,\ r = y3,\ s = y4,\ t = y5$ とし、第1、第2基本形式E, F, G, L, M, N、曲率K, Hが得られます。

$E = 1 + p^2, F = pq, G = 1 + q^2, S^2 = 1 + p^2 + q^2,$

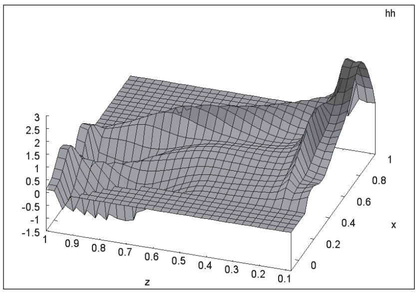
$L = -r/S,\ M = -s/S,\ N = -t/S$

ガウスの曲率$K = (LN - M^2)/(EG - F^2)$

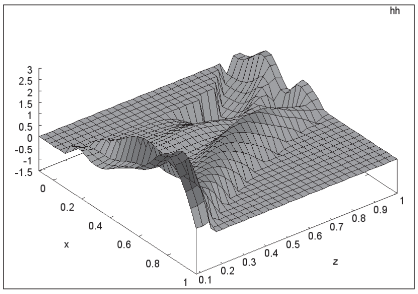
平均曲率$H = (EN + G\ L - 2FM)/2(EG - F^2)$

## 3−2　曲率分布の計算例

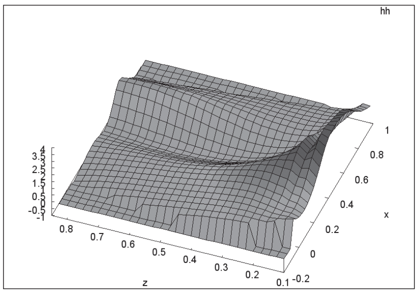
図−3、図−4に示す曲面について、微係数、基本形式,及び曲率等の計算しましたが、紙面の関係で平均曲率の分布を図−5から図−8に示します。



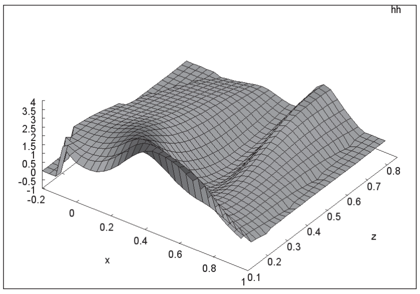
図−5　船尾　平均曲率分布
船尾端から斜め上方を俯瞰



図−6　船尾　平均曲率分布
船尾肩から斜め上方を俯瞰



図−7　船首　平均曲率分布
船首端から斜め上方を俯瞰

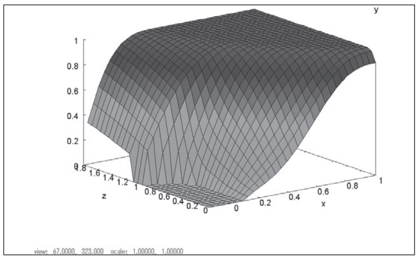


図−8　船首　平均曲率分布
船首肩から斜め上方を俯瞰

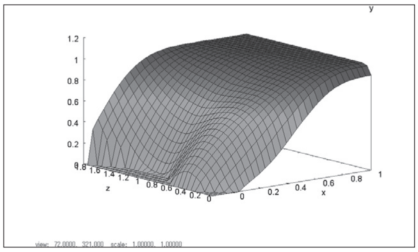
スムースな曲面範囲のなだらかな傾向が曲がりの大きな端部で変化し、曲面から平面に変わるSFLに沿う膨らみやビルジ部付近の特徴等、一見滑らかなでも、船体曲面形状の複雑な特性が示されていると思います。船体曲面幾何学特性との感激の初対面ですが、この特性を曲面創生にフィードバックすることが次の課題です。

## 4. 喫水線上方の形状への拡張

喫水線上方と下方の水中部分とは異なる観点或いは条件で創生されますが、これらをフェアな組合せる事が重要です。前述の表示式を基に、Profile,SFL及びその他のパラメータ関数を上甲板面積や端部幅条件を満たし、喫水線z=1で、1次及び2次微分値を共有する様にを決定します。図−4、図−5に示した喫水線下の曲面に喫水線より上方形状を組合せた曲面形状を図−9と図−10に示します。



図−9　船尾形状



図−10　船首形状

## おわりに

以上の検討により、現在の2次元投影図（線図）による方法と異なる3次元曲面を扱う船型設計法の可能性が見えて来ました。しかしながら、検討は緒に就いたばかりで、パラメータ関数設定法、幾何計量評価と曲面調整、推進性能との関連等、解決すべき多くの課題が待ち構えています。

（続く）　（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について（4）

## はじめに

曲面の幾何学特性は曲面上の曲線に接する平面（接ベクトル）とそれに直交する法ベクトルにより定義される基本形式、それから導かれる曲率や測地線により表されます。船体曲面を正面、平面、側面の3面図によらず3次元空間の曲面として表す数式表示について紹介して来ましたが、創生した船体曲面から幾何学特性を計算してみます。対象は、載貨重量7万トン程度の肥大船とし、以下の様な主要目比や肥大度等を想定します。

$L/B = 6, B/d = 3, C_p = 0.84, C_m = 0.997,$

$L/B(1-C_p) = He/B+Hr/B = 0.96$、

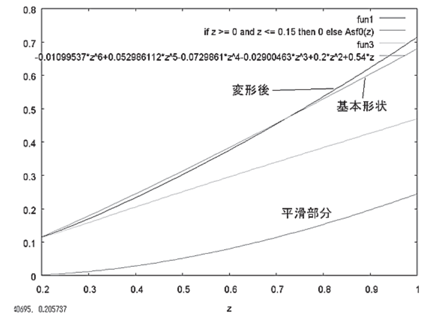
$He/B = Le/B(1-we) = 0.28,$

$Hr/B = Lr/B(1-wr) = 0.68$

ここで、Le, Lrは船首部、船尾部の長さ、we, wrはそれら長さを1とするCp相当の数値です。なお、船首は突出約2%Lのバルブ、船尾はクルーザー型でプロペラ中心付近の端部がAP前方約2%とします。

## 1．パラメータ関数

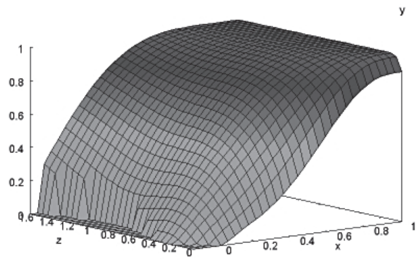
船体曲面表示式のパラメータ関数w(z), f(z), t(z), $\alpha$(z), $\beta$(z)は、先端が垂直でSide Flat End Line(SFL)のない基本形状で定義され、船首端形状及びSFLと共に船体曲面を作ります。w(z)中の容積を表す系数wpは、基本形状の変形で増加あるいは減少し、SFLから肩の平滑部が加わり、we, wrとなりますが、本例ではwp = 0.68からwe = 0.74, wr = 0.71となりました。船尾部分の場合を図−1に示します。



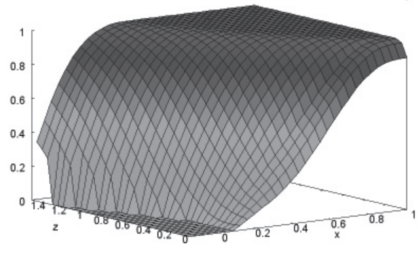

図−1 容積係数の変化（船尾）

## 2．船体曲面及び微分値

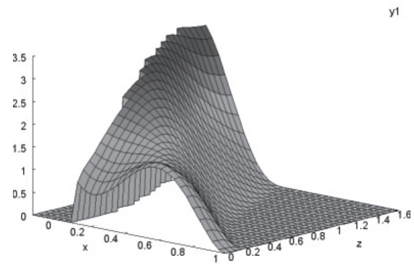
設定した船首尾形状、SFL及びパラメータ関数により、船体曲面Y(x, z)を創生します。前号で紹介しましたが、船首尾形状を、図−2、図−3に示します。曲面表示式を微分し、Yx, Yz, Yxx, Yxz, Yzzを求めます。図−4から図−8に船尾曲面の例を示します。形状変化の大きなビルジ部やプロペラチップ上方範囲で微分値が局所的に卓越する特徴が見られます。又、2階微分のYxx, YxzにSFLに沿う窪みが現れ、Yzzではビルジ部の値が更に卓越します。



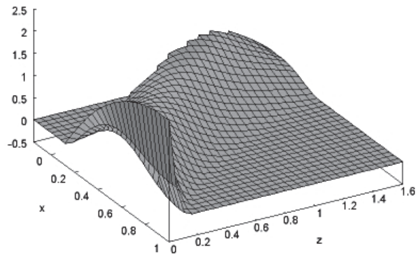
図−2 船首形状



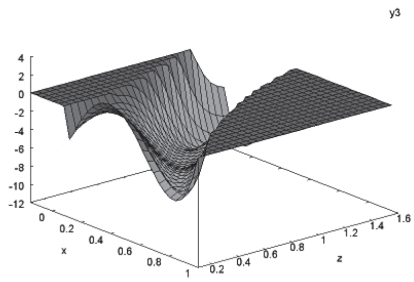
図−3 船尾形状



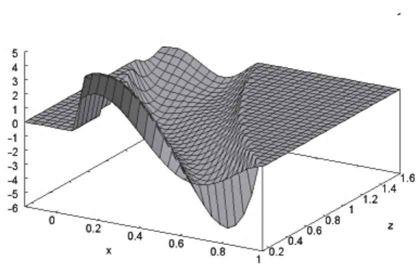
図−4 1階微分Yx



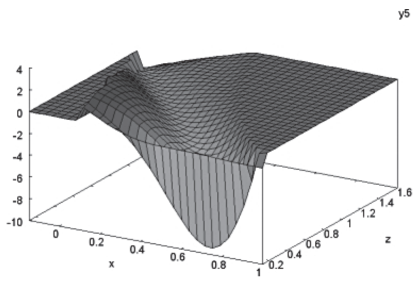
図−5 1階微分Yz



図−6 2階微分Yxx



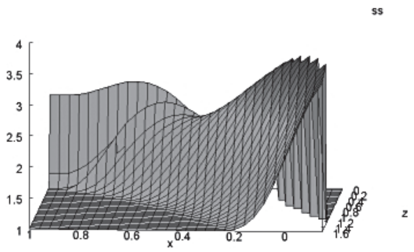
図−7 2階微分Yxz



図−8 2階微分Yzz

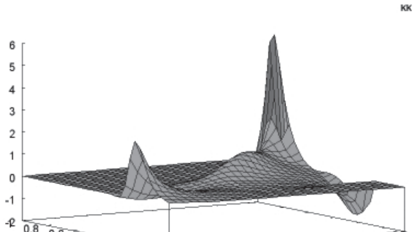
## 3. 基本形式及び曲率

曲率は曲面上の曲線の2階微分として定義され、接ベクトルと法ベクトル成分より構成されます。後者の成分は、主曲率の最大値と最小値(κ1, κ2)が基本形式の固有値として得られ、系数、E, F, G;L, M, Nにより表されます。更に、ガウス曲率K=κ1. κ2, 平均曲率H=(κ1+κ2)/2と定義されます。SRC News N0.82及び、No.83参照。ガウス曲率は、$(LN-M^2)/(EG-F^2)$と記述され、分母の$EG-F^2 = 1+Yx^2+Yz^2$は正ですから、ガウス曲率の正負は$LN-M^2$により決まります（図−9）。

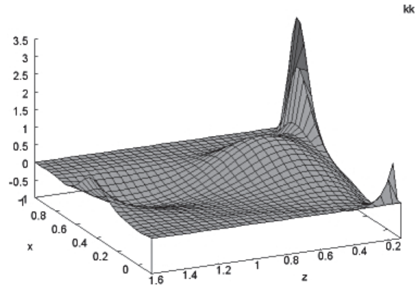


図−9 $EG-F^2$（船尾）

K>0では凹凸面、K<0の場合は鞍状曲面、K=0の場合は柱面や平坦面を意味します。図−10a, 図−10bにガウス曲率Kの分布を示します。SFLと肩間の平滑域でK=0、喫水線下は概ねK>0ですが、船尾端付近の水線に反りを与えた領域、プロペラ上方や喫水線上方の幅が広がる領域にK<0が現れます。ビルジ部や上甲板後端付近でKの値が卓越します。



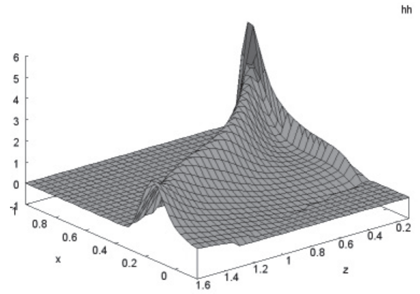
図−10a ガウス曲率K（船尾）



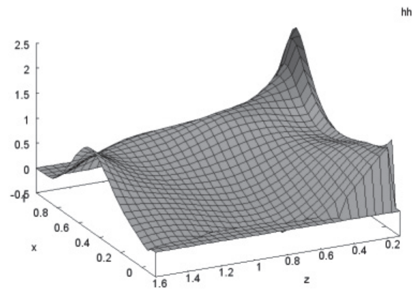
図−10b ガウス曲率K（船首）

平均曲率Hを図−11a, 図−11bに、最大主曲率κ1を図−12a, 図−12bに、最小主曲率κ2を図−13a, 図−13bに示します。これら特性の評価は今後の課題としますが、

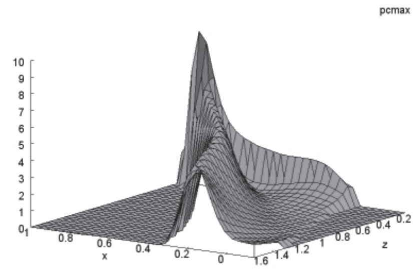
一見スムースに見える面も、幾何学特性というフィルターを介すと複雑な性質が現れます。



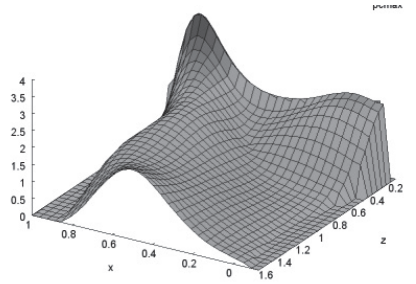
図−11a 平均曲率H（船尾）



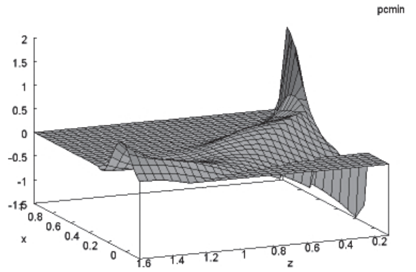
図−11b 平均曲率H（船首）



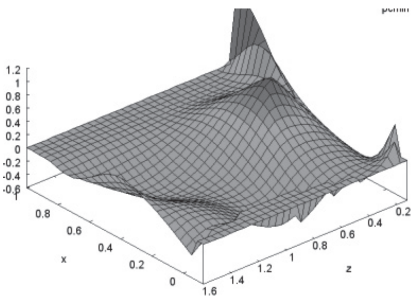
図−12a 最大主曲率κ1（船尾）



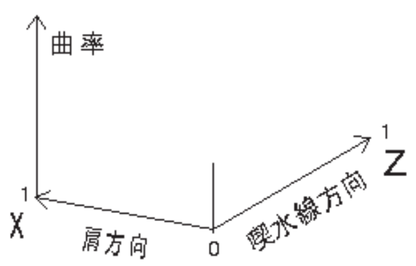
図−12b 最大主曲率κ1（船首）



図−13a 最小主曲率κ2（船尾）



図−13b 最小主曲率κ2（船首）




図−14 座標の見方（No.81号参照）

## おわりに

微分幾何学に従って、微分値や曲率分布を計算しました。初めて見る船体曲面の多彩な特性に幻惑されています。次回は測地線に関する検討を予定しています。（続く）

（技術顧問　武限克義）

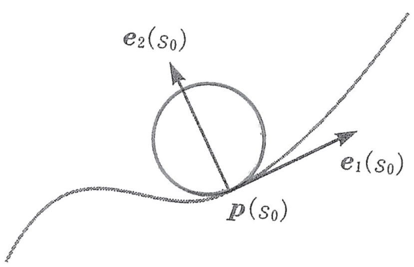
# 船型の数式表示について（5）

## はじめに

SRC News No.82－84では、船体曲面を関数Y（x,z）で表示し、曲面幾何学特性の式を導き、曲面創生や曲率分布等の計算例を紹介しました。本稿では、測地線について、これまでの復習を含めて解説します。

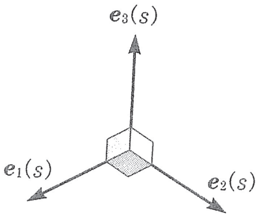
## 1．曲線の曲率とは？

曲線に接線を描き、直角に立てた法線上に中心を置いて曲線に接する円弧を描きます。円弧の半径の逆数が曲率です。




図－1 曲線の接線と法線

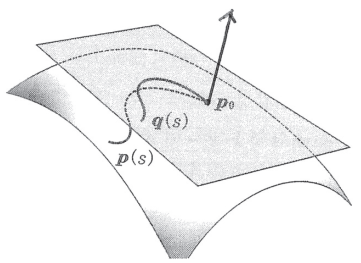
数学は「曲率は曲線の2階微分」と定義します。曲線の微分、即ち接線e1と法線e2との関係を表す式、ei, e1 ＝ 1, e2.e2 ＝ 1, e1.e2 ＝ 0のうち、前2式の微分e1'e1 ＝ 0, e2'e2 ＝ 0は、2階微分e1'、e2'とe1、e2が直交、e2, e1と平行を意味しますので、e1' ＝ $\kappa$e2と書け、残った微分e1'.e2 ＋ e1.e2'からe2' ＝ －$\kappa$e1となります。(e1', e2')が曲率ベクトル、$\kappa$が曲率です。空間曲線では、接線e1主法線e2に直交する従法線e3 ＝ e1Xe2方向の捩れ率$\tau$が現れ（図－2）、e1' ＝ $\kappa$e2, e2' ＝ －$\kappa$e1 ＋ $\tau$e3、e3' ＝ －$\tau$e2となります。




図－2　Frenetの標構

## 2．曲面の基本形式

曲面の場合は、接線は接平面となり、曲面は、P(u,v) ＝ (x(u, v), y(u, v), z(u, v))、接平面は、（Pu, Pv）、直交する法ベクトルは、e ＝ Pu×Pv/lPu×Pvlと定義されます。ここで、Pu, Pvは、変数u, vの1階微分、Puu, Puv, Pvvは2階微分、Xは外積、・は内積、｜｜は絶対値を示します。




図－3　接平面と法ベクトル

次に、第1基本形式（Ⅰ）と第2基本形式（Ⅱ）が定義されます。

(Ⅰ) ＝ dP.dP ＝ E dudu ＋ 2F dudv ＋ G dvdv
(Ⅱ) ＝ –dP.de ＝ L dudu ＋ 2M dudv ＋ N dvdv
dP ＝ Pudu ＋ Pvdv, de ＝ eudu ＋ evdv
E ＝ Pu.Pu、F ＝ Pu.Pv、G ＝ Pv.Pv
L ＝ Puu.e ＝ –Pu.eu,
M ＝ Puv.e ＝ –Pu.ev ＝ Pvu.e ＝ –Pv.eu
N ＝ Pvv.e ＝ –Pv.ev

（Ⅰ）式は曲面に沿う微少長さの2乗に、（Ⅱ）式は曲面に垂直方向の変位に対応し、特に、（Ⅰ）式は、1854年、27歳のリーマンが、ゲッチンゲン大学での教授就任講演で、第1基本形式に基づく幾何学を提唱した記念にリーマン計量とも呼ばれます。

## 3．曲面の曲率とは？

「曲面に沿う曲線P(s)の2階微分P”(s)が曲面の曲率」の定義です。
P”(s) ＝ Pu($d^2$u/$ds^2$) ＋ Puu(du/ds)$^2$ ＋ 2Puv(du/ds)(dv/ds) ＋ Pvv(dv/ds)$^2$ ＋ Pv($d^2$v/$ds^2$)、Puu, Puv, Pvvを、クリストフェル記号「uuu～「vvvを係数とする（Pu, Pv, e）の1次結合で表わすガウスの公式により書き換えます。

P”（s) ＝ Pu($d^2$u/$ds^2$＋「uuu(du/ds)$^2$
＋２「uuv(du/ds)(dv/ds)
＋「vuv(dv/ds)$^2$)
＋Pv($d^2$v/$ds^2$＋「uvu(du/ds)$^2$
＋２「uvv(du/ds)(dv/ds)
＋「vvv(dv/ds)$^2$)
＋e(L(du/ds)$^2$＋2M(du/ds)(dv/ds)
＋N(dv/ds)$^2$)　　　-----------(3-2)

接平面（Pu, Pv）成分が測地的曲率、直交ベクトルeの成分が法曲率、即ち、第2基本形式です。暫し、法曲率の復習です。

曲面上（$\xi$,$\eta$）で、リーマン計量に対する法曲率の最大及び最小値を求めます。

$\lambda$ ＝ (L$\xi^2$ ＋ 2M$\zeta\eta$ ＋ N$\eta^2$)
/(E$\xi^2$ ＋ 2F$\zeta\eta$ ＋ G$\eta^2$)

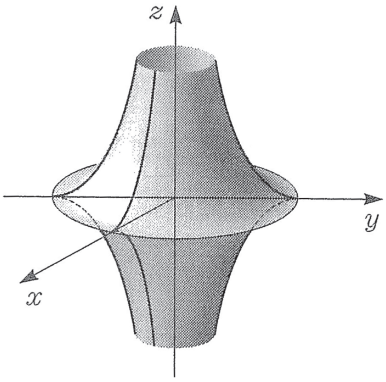
上式の変分 ＝ 0として得られる方程式が解を持つための条件から導かれる式

(EG – $F^2$)$\lambda$2 – (EN ＋ GL – 2FM)$\lambda$ ＋ (LN – $M^2$) ＝ 0の解$\lambda$ ＝ $\kappa$1, $\kappa$2を最大、最小主曲率と呼び、それらの積をガウス曲率K、平均曲率Hと定義します。

K ＝ $\kappa$1.$\kappa$2 ＝ (LN – $M^2$)/(EG – $F^2$)
H ＝ ($\kappa$1 ＋ $\kappa$2)/2 ＝ ((EN ＋ GL – 2FM)/2(EG – $F^2$)

なお、半径aの球面のガウス曲率は、1/$a^2$、平均曲率は1/aです。

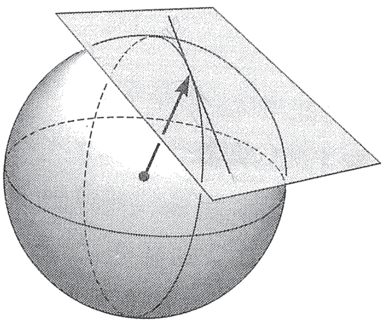
K>0は曲面が凹凸状、K<0は鞍状、K ＝ 0は平坦を意味し、$\kappa$1 ＝ $\kappa$2の場合は臍と呼びます。K<0の例として、図－4に擬球面を示します。ところで、曲率の式の分母、(EG – $F^2$）は正値で、凹凸等を決めるのは形式上第2基本形式ですが、実は、第一基本形式の存在が前提でした。「曲面の特性は第1基本形式により決まる。」の証明は、Theorema egregium（最も素晴らしい定理）とガウスに言わしめた数学史上の金字塔とされています。



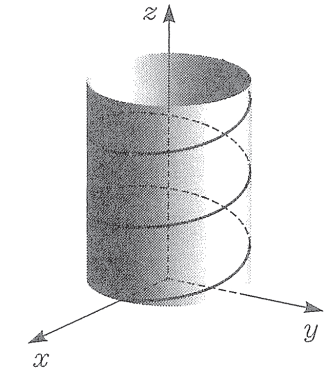
図－4　K＜0の曲面の例（疑球面）

## 4. 測地線とは？

「曲率の接平面成分が0となる曲面上の曲線」が測地線の定義です。即ち、曲面に接する平面への投影線が直線であれば曲線は測地線です。（図－5）

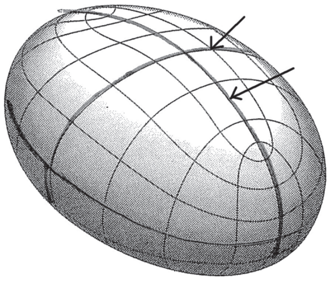

図－5　球面の測地線

例として、円柱に沿う弦巻線を示します。（図－6）。又、測地線は、曲面上の最短線でもありますが、豆科植物が、最短の弦巻線に沿って成長する様子に自然の摂理を感じます。



図－6　測地線の例（弦巻線）

楕円球面の測地線は座標軸よりなる面（x－y, y－z, z－x）との交線です。（図－7）


図－7　楕円球面

## 5. 測地線の計算式

直交座標（x, y, z）で、y ＝ Y（x, z）で表される曲面に沿う曲線が測地線である条件を求めます。（3-2）式から次の連立方程式が得られます。

$d^2x/ds^2 + 2\Gamma_{xxx}(dx/ds)^2$
$+ 2\Gamma_{xxz}(dx/ds)(dz/ds)$
$+ \Gamma_{zxz}(dz/ds)^2 = 0$ ------------(5-1)

$d^2z/ds^2 + \Gamma_{xzx}(dx/ds)^2$
$+ 2\Gamma_{xzz}(dx/ds)(dz/ds)^2$
$+ \Gamma_{zzz}(dz/ds)^2 = 0$ ------------(5-2)

クリストフェル記号は以下の通りです。

$\Gamma_{xxx} = Y_xY_{xx}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
$\Gamma_{xzx} = Y_zY_{xx}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
$\Gamma_{xxz} = Y_xY_{xz}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
$\Gamma_{xzz} = Y_zY_{xz}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
$\Gamma_{zxz} = Y_xY_{zz}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
$\Gamma_{zzz} = Y_zY_{zz}/(1 + Y_x^2 + Y_z^2)$
------------(5-3)

以上の式より、半径aの円柱に沿う弦巻線（図－6）について調べます。

弦巻線の式は$x = a\cos t$, $y = a\sin t$, $z = bt$長さsとパラメータtの関係、

$ds/dt = (a^2 + b^2)^{1/2} = c^{1/2}$より、

$x = a\cos(s/c)$, $y = a\sin(s/c)$, $z = (b/c)s$

と書き換えます。クリストフェル記号は、

$\Gamma_{xxx} = x/(a^2 - x^2)$ 以外は0となり、測地線の条件は

$d^2x/ds^2 + (x/(a^2 - x^2))(dx/ds)^2 = 0$

$d^2z/ds^2 = 0$　となり、x, zの式を代入すれば、弦巻線が測地線の条件を満たしていることが分かります。

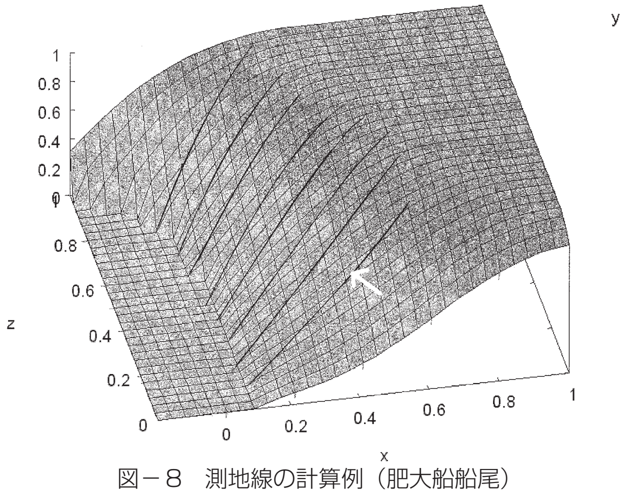
同様な方法で、球面の測地線は、赤道と子午線、楕円球面（図－7）は、座標軸の作る面と交わる3本の測地線を持つことが証明出来ます。

## 6. 船体曲面上の測地線

設定した曲面表示式からクリストフル記号を計算し、連立微分方程式を解いて、測地線を求めます。肥大船の船尾部曲面を対象の計算例を図－8に示します。演算の便宜上、範囲を喫水線下の曲面部に限定し、微分値が不連続或いは∞となる箇所の無い連続な曲面表示式を作りました。計算上の誤差はありますが、船尾部曲面（厳密には、船体近似曲面）の測地線が得られたと思います。

いずれの測地線も、船尾プロファイルの端から、曲面に沿って斜め上方に直線状に進み、Side Flat End Line近くで曲がり、船側平坦部に入る傾向を示し、平板ガラスを翳せば直線に見えるようです。以上の様子は、船尾粘性流場の限界流線に似ており、弦巻線に見られる様な、自然の摂理を期待したくなります。

（技術顧問　武限克義）



図－８　測地線の計算例（肥大船船尾）

# 船型の数式表示について（6）

## はじめに

SRC News No.81- 85では、Cp曲線の表示式を3次元に拡張し、船首尾プロファイルや船側平坦部を持つ曲面表示法及び曲面幾何学について紹介しました。

ところで、船の形は、断面形状一定の胴体と両端の船首、船尾部よりなる複合体ですが、船首尾部は曲面や平面が様々な形態で接合し構成される複雑な曲面であり、その表示式には接合形態の特徴が考慮されねばなりません。本稿では、船首尾曲面の基本的な接合形態の表示形式について紹介します。

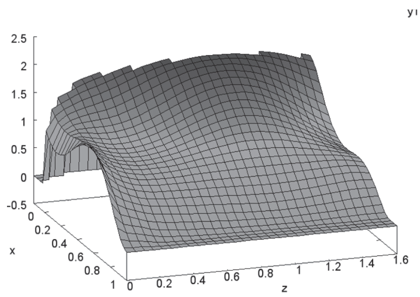
## 1. 船側における接合形態の表示法

既報において、船首、船尾の曲面部分は、先端x=0、肩x=1とする長さ方向位置x、計画喫水を1とする深さz、最大半幅を1とする水線半幅Y(x,z)として以下の様に記述される事を紹介しました。

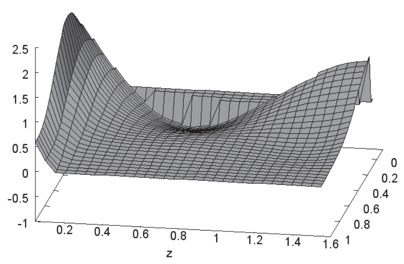
$$Y(x, z) = bo(z)(Ao(Xo) + A1(Xo).w(z) + A2(Xo).f(z) + A3(Xo).t(z) + A4(Xo)\alpha(z) + A5(Xo)\beta(z)) \text{---(1)}$$

$$Xo = (x - g(z))/(s(z) - g(z)) \text{-------(2)}$$

ここで、bo(z)は最大断面形状表示式、Ao(Xo)-A5(Xo)は、長さ方向変化を表す関数、g(z)は船首尾プロファイル、s(z)は船側平坦境界線Side Flat End Lineの表示式です。w(z), f(z), t(z), $\alpha$(z), $\beta$(z)は、b(z)と共に深さzの水線面形状を決めるパラメータ関数で、先端が垂直で船側平坦部のない基本形状の深さzの水線面積係数、先端幅と長さ方向1階微分、肩及び先端における長さ方向2階微分の値を表します。(2)式は、基本形状曲面を船首尾端とSide Flat End Lineの間0<Xo<1の曲面への変換を意味します。なお、1<Xo<(1-g(z))/(s(z)-g(z))範囲は船側平坦部です。関数Ao～A5の特性から、曲面と平坦部はXo(x, z) = 1で、半幅1と1階微分値0を共有します。左記の式により得られた曲面がSide Flat End Lineに沿って船側平坦面と滑らかな接合（x, z方向1、2階微分値の共有）となる例を紹介して来ましたが、数学的理由付けが欲しいところです。図－1、図－2に船首部曲面の1階微分の例を示します。



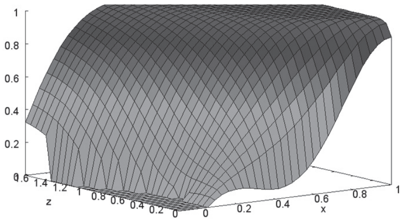

図－1　1階微分Yx分布例




図－2　1階微分Yz分布例

## 2. 船底における接合形態表示法

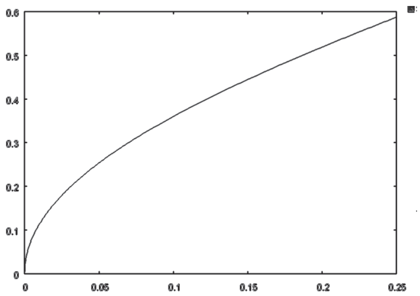
船首尾曲面は船底平坦部とBottom Flat End Lineで接合しますが、その形態は互いに接する状態から交差状態まで変化します。Rise of Floorが0のFlat Bottomの場合は、w(z), f(z), t(z)の式に$z^{(1/n)}$の項を追加し、$\alpha$(z), $\beta$(z)の調整により、船底の接合形態を表せますが、ケース毎に表示法が異なる可能性があり、船底平面が傾斜するケースにも適用可能な表示法の開発が課題です（図－3)。




図－３　船底の接合形態再現例

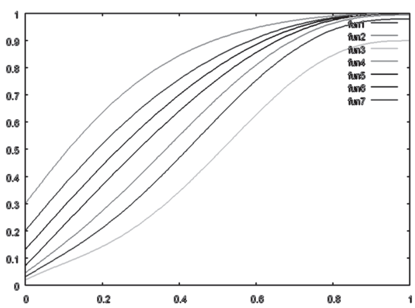
## 3. 船首尾端部処理（丸め）表示法

左記表示式が表す曲面端部は半幅b(z) f(z)のブラント形状です。線図では仮想幅のブラントな端部に「丸め」と称する局所的整形、例えば、円弧と水線端との接合が施されます〔図－4〕。



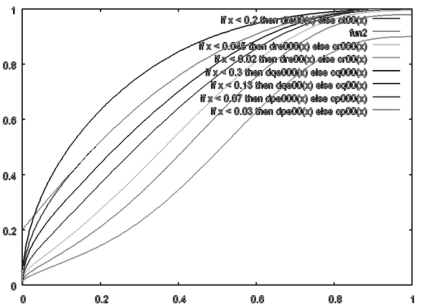

図－4　先端処理要領例

ブラントな水線先端付近の局所的な整形・処理方法を数式化し、適用した例を図－5及び図－6に示します。



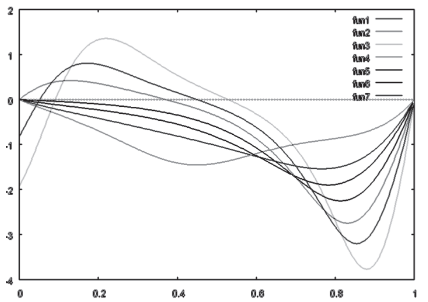

図－5　Cw 曲線（先端未処理）

即ち、y = an. $x^{(1/n)} + \Sigma ai. x^i$とし、先端から距離xmにて、幅、1階微分及び2階微分値を整形・処理対象のCw曲線と共有する条件から係数、an,aiを設定し、端部の処理を施します。なお、n = 2, xm = fとしています。

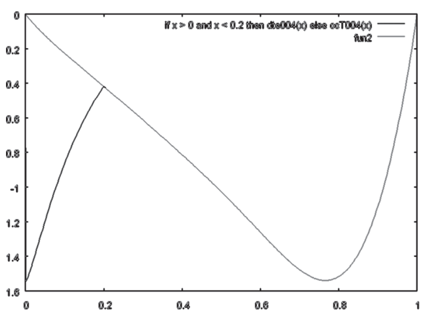


図－6　Cw 曲線（先端処理済）

図－7に、図－5に示す曲線の曲率分布、図－8に端部処理有無の曲率分布の比較を示します。




図－7　Cw 曲線曲率分布（先端未処理）




図－8　先端処理有無の曲率分布

この方法を3次元に拡張します。即ち、深さzの水線の端部処理曲面Ye(x,z)が、先端からの距離Xm(z)で、船体曲面と幅(Fm(z))、x方向1階微分(Tm(z))、2階微分(Bm(z))を共有する事とし、その表示式を(3)、(4)のように記述します。

Xeo = Xeo(x, z) = Xo(x, z)/Xm(z),-----(3)

Ye(x,z) = D1(Xeo).Fm(z)

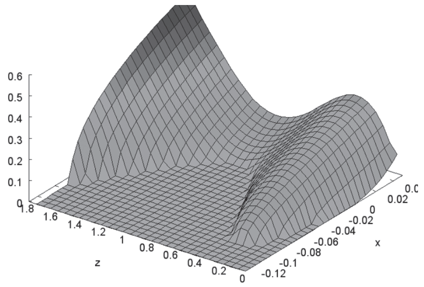
+ D2(Xeo).Tm(z).Xm(z) + D3(XeO, n).Qm(z)

-------------------------------------(4)

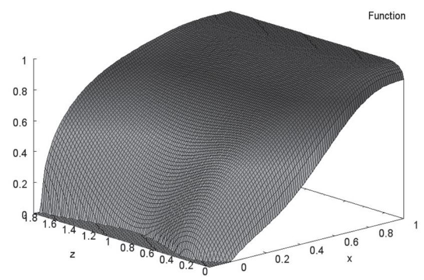
Qm(z) = Bm(z).Xm(z)$^2$-2Tm(z).Xm(z)

+ 2Fm(z)-----------------------(5)

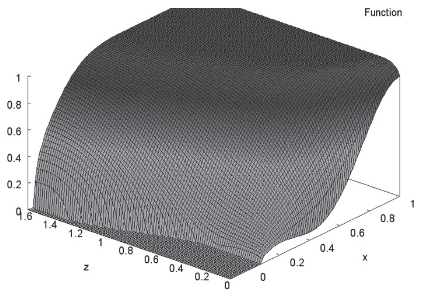
D1(Xeo), D2(Xeo), D(Xeo, n)は曲面の表示形式により決まる関数、nは先端形状を調整する指数で、n=2では円弧、n=1で角形状です。図－9、図－10、図－11に示す適用例では、滑らかな接合が見られます。



図－9　先端付近処理例　　　拡大図




図－10　先端処理施行船首部例




図－11　後端処理施行船尾例

## 4. 接合の滑らかさについて

上図によると、Side Flat End Line及び主要曲面と先端曲面の接合部に沿って滑らかな接合が見られます。表示式(1)(2)(3)(4)について、接合線に沿って両曲面の1階微分及び、2階微分の式を比較した結果、接合条件に含まれていないz方向微分値Yz、Yxz、YzzもdXm/dz = 0の場合に限り共有される事が分かりました。即ち、Side Flat End Lineに沿う滑らかな接合は基本形状座標でSide Flat End Line長さを一定(Xm(z) = 1とした結果であり、端部処理の場合も、その基本形状座標では、境界線のz方向勾配は0としています。なお、高さ一定の接合線の場合は、その上下曲面は、対応するパラメータ関数が連続であれば、滑らかな接合となります。

## 6. 曲面接合の表示式について

以上の考察より、(1)(2)式で表示される後方肩側曲面(A)と接合する曲面(B)の表示式を提案します。即ち、基本形状座標上Xo = Xm(z)に沿って、曲面(A)と幅Bm(z)、x方向1階微分値Tm(z)、2階微分値$\alpha$m(z)を共有する曲面(B)の表示式は以下の通りです。

Yb(x,z) = b(z)(Fm(z)Ao(Xe)

+ wm(z).A1(Xe)/Xm(z) + fm(z).A2(Xe)

+ tm(z)Xm(z).A3(Xe)

+ $\alpha$m(z)Xm(z)$^2$.A4(Xe)

+ $\beta$m(z)Xm(z)$^2$.A5(Xe)

+ Tm(z)Xm(z).A6(Xe)--------------(5)

Xe = Xe(x, z) = Xo(x,z)/Xm(z)--(6)

ここで、wm(z), fm(z), tm(z), $\beta$m(z)は、曲面(B)の基本形状座標の水線面積係数、先端の幅、長さ方向1階微分値及び2階微分です。なお、関数A0-A5は曲面(A)(B)共通で、新たに肩の勾配の関数A6が登場します。

A6(Xe)=10Xe$^3$-35Xe$^4$+39Xe$^5$-14Xe$^6$

接合線Xm(z)に沿うz方向微分値の共有、即ち2つの曲面の滑らかな接合条件について、以上の一般式を基に検討を進める所存です。（続く）

（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について（7）

## はじめに

前号SRC News No.86では、船体を構成する特性の異なる曲面の接合について検討し、隣接面同士の滑らかな接合条件を満たす曲面表示法を提案しました。本稿では、パラメータ関数と曲面形状の関係という数式表示本来のテーマに戻り、パラメータ関数の意味や表示式の基本構成について、具体例と併せて紹介します。

## 1. 曲面表示式とパラメータ関数

曲面は先端x=0、肩x=1とする長さ方向位置xと、計画喫水を1とする深さz、の曲面関数として最大半幅1の水線半幅Y(x,z)で表されます。

Y(x, z) = bo(z)(Ao(Xo) ＋ A1(Xo).w(z)
＋A2(Xo).f(z) ＋ A3(Xo).t(z)
＋A4(Xo)$\alpha$(z) ＋ A5(Xo)$\beta$(z))--------(1)

Xo = (x – g(z))/(s(z) – g(z))-----------(2)

ここで、bo(z)は最大断面形状表示式、Ao(Xo)–A5(Xo)は、長さ方向変化を表す関数、g(z)は船首尾プロファイル，

s(z)はSide Flat End Lineです。

曲面形状を決めるパラメータ関数w(z), f(z), t(z), $\alpha$(z), $\beta$(z)は、深さzにおける水線面積係数(w(z))、先端の仮想幅(f(z))と水線勾配(t(z))、長さ方向2階微分の肩における値($\alpha$(z))、及び先端における値($\beta$(z))を表します。

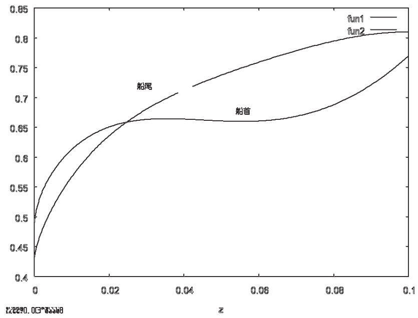
## 2. パラメータ関数　w(z)

水線面積係数w(z)は、計画喫水線下のz ＝ 0～1間の積分値で容積に相当するwp、計画喫水z=1の水線面積係数w1,仮称、船底平坦面積係数、z=0での値w0及び喫水線上の仮称上甲板面積係数、z＝mでの値wmを満足し、喫水線上下夫々の範囲の分布形状の特性を与える条件や、船底平坦面との接合を考慮して設定されます。

表示式をzの多項式で表し、上記の条件から係数aj, bkを設定します。

w(z)=wo ＋ Σaj $z^{j}$ ＋ bk $z^{(1/k)}$-----------(3)

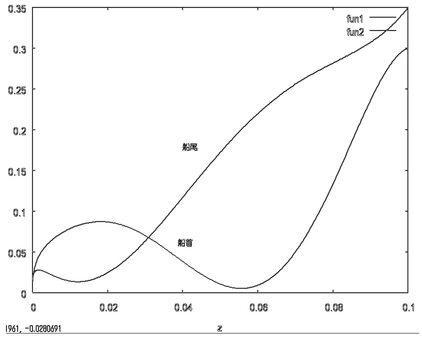
図－1にw(z)の例を示します。



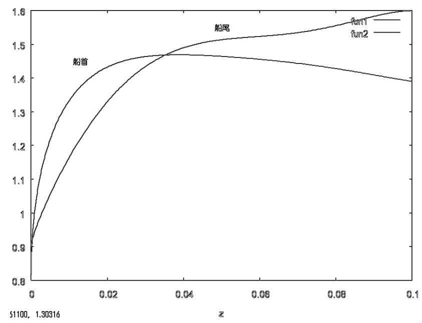

図－1　パラメータ関数　w(z)

## 3. パラメータ関数 f(z)

船首尾端に沿う仮想幅f(z)もz ＝ 0～1間の積分値fp, z ＝ 1でのf1, z ＝ 0でのf0, z=mでのfmや喫水線上下夫々の範囲の特性を決める条件や表示式はw(z)と基本的に同形式ですが、船首バルブ形状や船尾での舵、プロペラ装着等を考慮する必要があります。図－2に、f(z)の例を示します。




図－2　パラメータ関数例f(z)




図－3　パラメータ関数例 t(z)

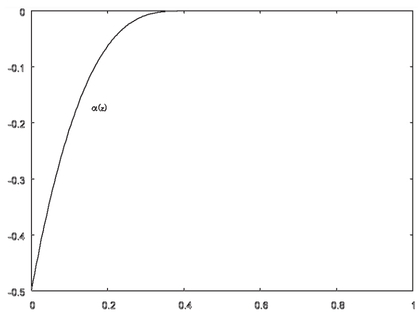
## 4. パラメータ関数　t(z)

船首尾端に沿う水線勾配t(z)も、z ＝ 0～1間の積分値tp, z = 0, 1, mでの値、t0, t1, tm、喫水線上下範囲の特性を与える条件や表示式は、w(z), f(z)と同じですが、曲面に局所的凹凸が生じぬ様な、w(z), f(z)との組合せとする必要があります。図－3にt(z)の例を示します。

## 5. パラメータ関数 $\alpha$(z)、$\beta$(z)

$\alpha$(z)は,肩における2階微分値ですが、変形された曲面ではside flat end lineに沿う水線の曲率を表します。又、$\beta$(z)は船首尾端に沿う水線の曲率を表し、船底付近の水線の両端に反りを与えて、水線形状を調整する補助的パラメータで、船底近傍の局所的関数としています。図－4に$\alpha$(z)の例を示します。

なお、z= 0～1間の積分値、wp, fp, tp, $\alpha$p, $\beta$pは、横切面積曲線表示の数値パラメータ、又、wpはx ＝ 0～1間の積分値Cpに対応します。




図－4パラメータ関数例　$\alpha$(z)

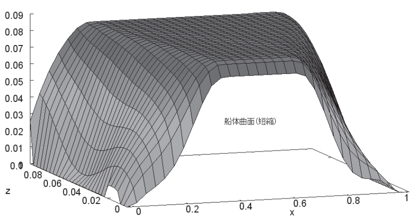
## 6. 船型創生のケーススタディ

船長／幅比L/B=6,幅／喫水比B/d=3で肥瘠係数Cbを変えた船型を創生し、条件設定方法や課題について検討中です。

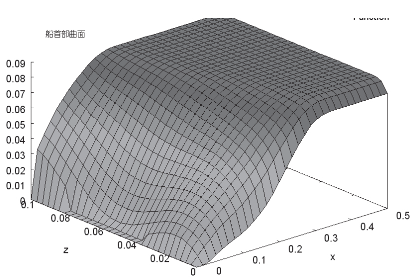
| Case | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| Cb | 0.86 | 0.75 | 0.66 | 0.55 |

以上の内、case-2についての検討結

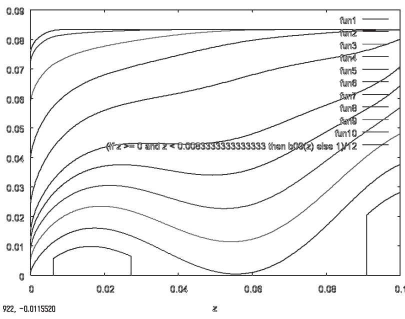
果を図－５以降に紹介します。



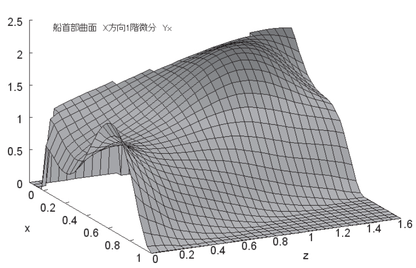
図－５　船型全体



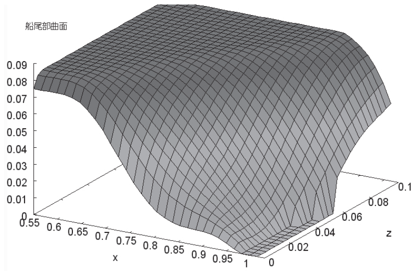
図－６　　船首曲面



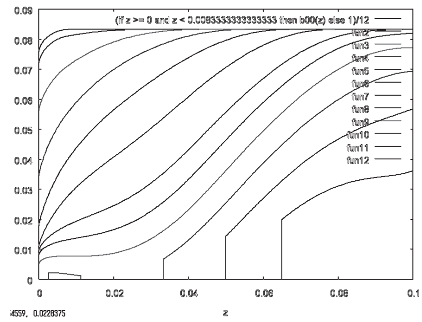
図－７　船首正面図



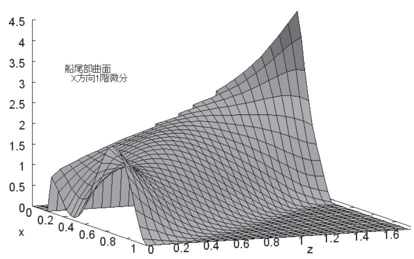
図－８　船首　Yx



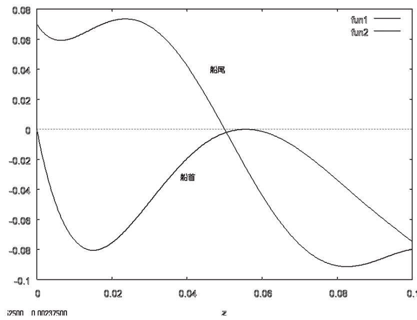
図－９　船尾曲面



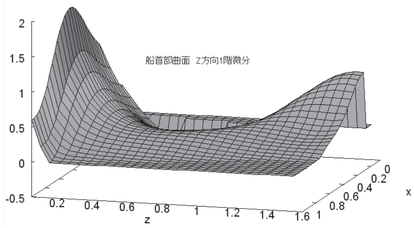
図－ 10　船尾正面図



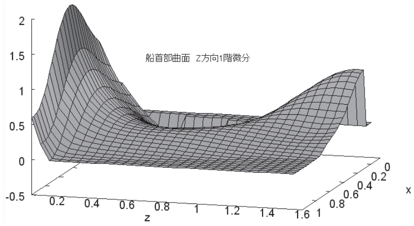
図－ 11　船尾　Yx



図－ 12　船首尾プロファイル



図－13　船首　Yz



図－ 14　船尾　Yz

図－５は、創生した船首尾曲面(図－6, 図－ 9)を組合せた形状、図－ 7, 図－10は、曲面の切断面を示す正面線図、即ち肋骨線です。通常の表示法と違いますが検討途上の生データとご理解願います。

船首尾端は未処理で船底平坦面との接合に改良の余地はありますが、長さ方向勾配分布（図－ 8, 図－ 11)、深さ方向勾配分布(図－ 13, 図－ 14)を見ると曲面の連続性や滑らかさは実現しているようです。　（続く）

（技術顧問　武隈克義）

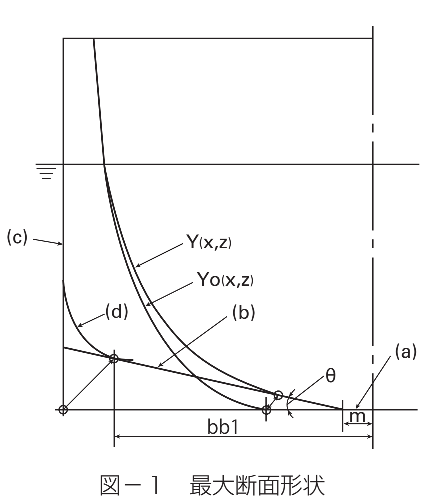
# 船型の数式表示について（8）

## はじめに

船体形状を曲面で表す数式表示も、伝統ある線図表示法との整合を迫られます。その主要課題は、船体を構成する平面、円筒面、更に複雑な3次元曲面という幾何学特性の異なる面同士の接合表示法と滑らかさの保証です。例えば、船側平坦部や船首尾端フェアリング部と前後の曲面同士の接合については既に紹介しましたが、船底の傾斜平坦面と上方曲面との接合や船側平坦面、船底ビルジ部円筒面及び主要部曲面が出会う個所の処理等、線図の常識が数式表示法では問題となるのです。本稿では、船底形状、特に傾斜する船底平坦部を持つ曲面形状の表示法と、特性の異なる3つの面の出会いが齎す影響について紹介します。

## 1.　船体の船底形状について

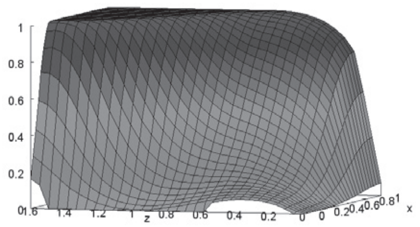
船体の最大断面形状は、船体中心とキール端間の直線(a)、キール端と船側垂線上Rise of Floor高さを結ぶ直線(b)、及び直線(b)と船側垂線(c)に接する円弧(Bilge Radius)(d)で表されます（図－1）。数式表示法は、曲面Y(x, z)を、最大断面が長方形の曲面YO(x, z)と最大断面幅b(z)によりY(x, z) ＝ b(z)YO(x, z)と表示します。この式は、肥大船に採用されているRise of Floor ＝ 0で、Bilge Radiusが喫水や船幅に比べて十分小さなFlat Bottom船型の表示に適しています。



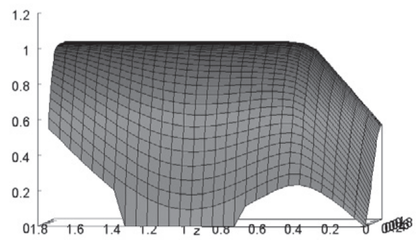

図－１　最大断面形状

しかし、船底が傾斜すると底面はキール幅以下に収斂し、ヨットやボート、或いは、船底を幅広キールとみなす肥大船型MIBS*等に適用が限られます。

図－2、図－3に左記の式による痩せ形船、及びMIBS船型の例を示します。



図－２　表示式 Y(x, z)=b(z)YO(x, z)
（痩せ形船型）



図－３　表示式Y(x, z)=b(z)YO(x, z)
（肥大船型MIBS）

## 2.　傾斜船底の数式表示

図－1に示す長方形断面を傾斜船底断面(a),(b),(c)へ変換します。その手続きは、(1)長方形底辺を直線(a)から直線(b)上の円弧(c)との接点までへの変換と(2)長方形垂直辺を円弧(c)と船側垂線範囲への変換です。このプロセスを数式にして曲面部分に適用します。

(ⅰ)最大断面が長方形の曲面底辺
YO(x, 0)=AO(Xoo)+ΣWi(0)Ai(Xoo)
Xoo(x)=(x-g(0))/(1-g(0))

(ⅱ)上記(1)に対応する変換
幅　Yoo(x)=m + BB*(YO(x, 0)-m)
　　BB =(bb1-m)/(1-m)
高さ　hoo(x)=(Yoo(x)-m)*tan $\theta$

(ⅲ)座標変換と曲面形状計算
Zoo(x, z)=(z-hoo(x))/(1-hoo(x))
Yo(x, z)=AO(Xo)+ΣWi(Zoo)Ai(Xo)
Xo(x, z)=(x-g(z))/(s(z)-g(z))

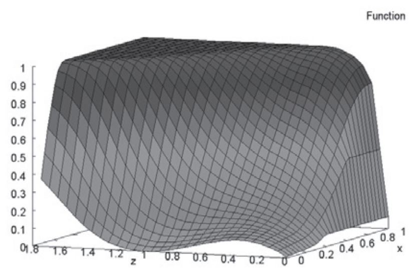
(ⅳ) 左記(2)対応の変換
bs(x, z)=b(Zoo)
Y(x, z)=bs(x, z)Yo(x, z)

ここで、座標系、曲面表示の特性関数Ai(Xo)、パラメータ関数Wi(z)、船首尾プロファイルg(z)、Side Flat End Line長さs(z)については、既報に紹介済みですので説明を省略します。船底傾斜船型の曲面表示式はFlat Bottom船型と基本的に同じですが、パラメータ関数や最大断面幅は長さ方向位置毎に変わります。

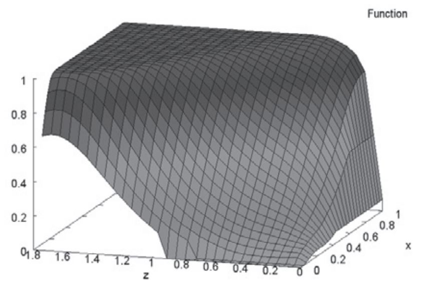
## 3. Slope Bottom船型の創生

主要目を、L×B×d ＝ 216m×36m×12mとし、肥大度および最大断面寸法を設定し創生した船体曲面を図－４から図－８に示します。又、図－９にCase Bの船首部曲面を正面線図にして変換前の形状と比べて示します。

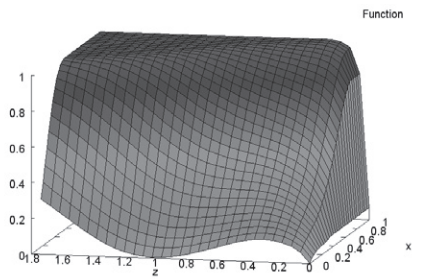
| Case | A | B | C |
|---|---|---|---|
| H(m) | 1.8 | 0.9 | 0.6 |
| R(m) | 4.2 | 2.4 | 1.8 |
| M(m) | 1.0 | 1.0 | 1.0 |
| Cm | 0.916 | 0.960 | 0.974 |
| Cp | 0.59 | 0.66 | 0.82 |
| Cb | 0.54 | 0.63 | 0.80 |



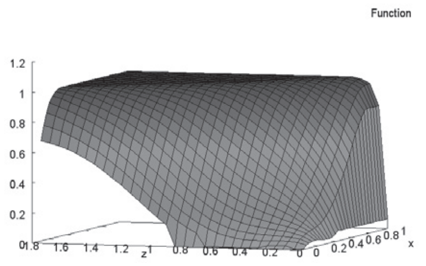

図－４　船型－A（船首部曲面）



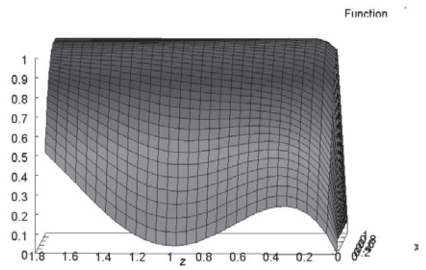
図－５　船型－Ａ　（船尾部曲面）



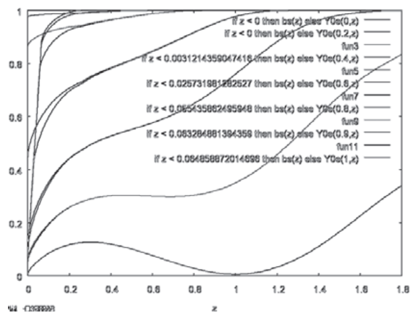
図－６　船型－Ｂ　（船首部曲面）



図－７　船型－Ｂ　（船尾部曲面）



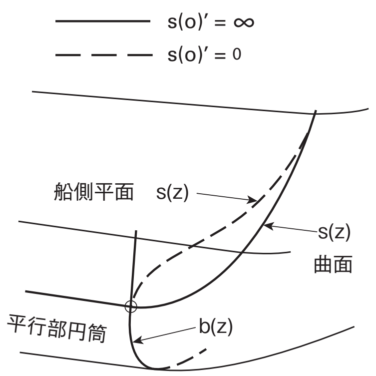
図－８　船型－Ｃ（船首部曲面）



図－９　船型－Ｂ（船首部正面線図）

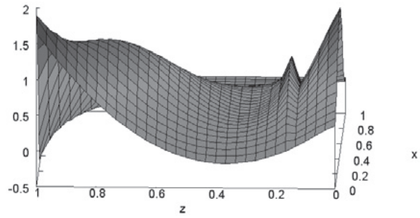
## 4.　船底ビルジ上端の問題

船首船尾の肩部、ビルジ円弧上端とSide Flat End Line, s(z)下端の交点、船側平坦面、平行部船底円筒面および船首尾曲面が出会う頂点近傍のz方向勾配は、船側平面0、平行部面略0で、曲面では、Yz＝–(ds(z)/dz)*(dY0/dXo))と近似的に表せます。dY0/dXoは微少でも、ds(z)/dzの値が大きいと、上下方向勾配に段差が生じ、その影響は、同じ高さの水線全域に広がります。又、２階微分は、船側垂線と円弧の接点で階段状に変化し、Side Flat End Lineの影響が加わり、幾何学的滑らかさは期待出来ません。

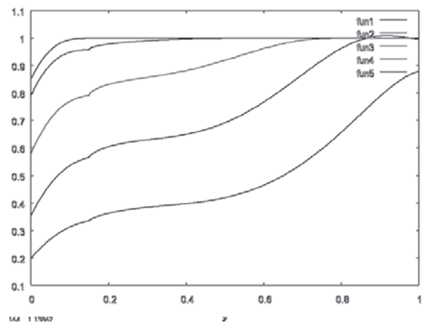



図－10　３面の接合

図－11に、頂点高さ水線に沿った勾配ギャップの例、図－12に対応する曲面形状を正面線図で示します。



図－ 11　船型－Ｄ
Yz勾配ギャップの影響



図－ 12　船型—Ｄ
正面線図

以上の様な不都合な形状は、頂点でds(z)/dz＝０即ち、上下の境界線が互いに接する形状にすれば解決可能です。線図の場合、フェアリングにより局所的にds(z)/dz＝０を達成している可能性があり、既存線図を解析・調査の予定です。数式表示法でも、パラメータ関数分布や、Side Flat End Line表示式の調整により改善は可能ですが、２階微分のギャップは、直線と円弧による表示法では避けられません。表示式設定の試行錯誤、曲面創生や幾何学計量等の計算時間の急増等、空間曲面表示法と平面図による伝統手法との共存の難しさを痛感します。伝統に固執せず、測地線計算で試みた全面連続関数表示等も検討課題です。

（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について(9)

## はじめに

前号SRC News No.88まで、数式表示法と曲面幾何学特性の関連を主題に紹介して来ましたが、船型設計との関連を論じる段階となりました。主要目や排水量の設定、横切面積曲線の決定、選定した母型に似た船体形状の創出に至るプロセスの中で、各種の表示式やパラメータ関数のデータ整備、曲面変形法等、色々な課題がありますが、本稿では、排水容積や横切面積曲線表示式、母船型選定のデータとなるパラメータ関数を線図オフセットから求める方法について紹介します。

## 1. 排水容積 - 柱形肥瘠係数

船体形状〔半幅y(x,z)〕の式を以下に示します。座標(x,y,z)は、船首或いは船尾端を原点に、船首尾長さ(Le, or Lr)、半幅(B/2)、計画喫水(d)による無次元値、Ao(Xo(x,z)),---,A5(Xo(x,z))は、曲面の長さ方向変化を表す基本的な特性関数、w(z),f(z),t(z),$\alpha$(z),$\beta$(z)はパラメータ関数です。曲面部は、変化する端部を持ち(x=g(z))、side flat end line (s(z))に沿って、平坦面に滑らかに接合します。y(x,z)は中央断面幅b(z)とyo(x,z)の積で、x=g(z)〜s(z)の曲面域は、

$$yo(x,z)= Ao(Xo)+A1(Xo)w(z)+A2(Xo)f(z) +A3(Xo)t(z) +A4(Xo)\alpha(z)+A5(Xo)\beta(z)$$

$$Xo(x,z)=(x-g(z))/(s(z)-g(z))$$

平坦域x= s(z)〜1は、yo(x,z)=1です。

柱形肥瘠係数wp*は、∬yo(x,z)dxdzのxに関する積分から曲面域と平坦面域の容積の和に対応する式が得られます。

$$wp^*=\int w(z)(s(z)-g(z))dz+\int(1-s(z))dz$$

船首、平行部、船尾部を合わせた柱形肥瘠係数Cpは、船首、船尾の柱形肥瘠係数wep*,wrp*との以下の関係式から求める事が出来ます。

$$L/B(1-Cp)=Le/B(1-wep^*)+Lr/B(1-wrp^*)$$

## 2. 横切面積曲線を描く

船首尾部の横切面積係数曲線$Cp(x)=\int yo(x,z)dz$ は、曲面部と平坦部の区分けやXoが、zだけの関数ではなく図-1に示す様な曲面の為に解析解は勿論演算も面倒ですので、検討に便利な近似式を提案します。

$$Cp(x)=Ao(xx)+A1(xx)wp^*/(1-xm)+A2(xx)fp^*+ A3(xx)tp^* +A4(xx)\alpha p^*+A5(xx)\beta p^*$$

wp*は左記の式、$fp^*=\int f(z)dz$,

$tp^*=\int(t(z)/(s(z)-g(z)))dz$,

$\alpha p^*=\int(\alpha(z)/(s(z)-g(z))^2)dz$,

$\beta p^*=\int(\beta(z)/(s(z)-g(z))^2)dz$

$xx=(x-xm)/(1-xm)$, $xm=\int g(z)dz$

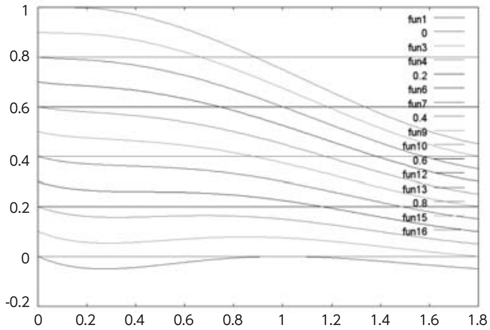



**図-1 Xo(x,z)一定のx,z曲線**

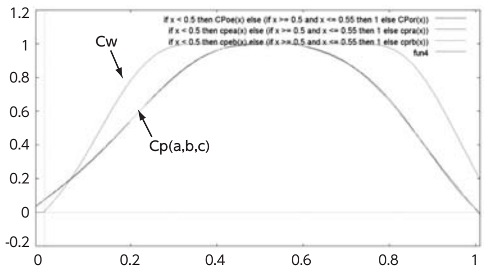



**図-2 Cp & Cw 曲線 Cb=0.65**

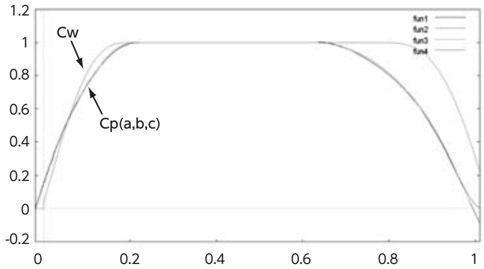



**図-3 Cp & Cw 曲線 Cb=0.82**

上式は、Side flat end lineと船首尾形状による変形影響を考慮しています。

図-2、図-3に近似式による計算結果(a)と断面毎の数値計算結果(b)をSS.Noベースの曲線で示します。更に、tp*,$\alpha$p*、$\beta$p*にxmの更なる修正を加えた近似式による結果(c)も併記していますが、3者は良く合っており、検討に必要な精度をもつと考えられます。

なお、図では0がF.P.、1がA.P.を表しています。また、z=1へのパラメータ値により得られる水線曲線Cwも併記しています。

## 3. 浮心の近似式

Cp(x)の式から、モーメント(mt)、図心(Xc),全体の浮心(Lcb)の式を導きます。

$mt=3/28+(wp^*/2)/(1-xm)-3fp^*/28$

$\quad -tp^*/84+3(\alpha p^* - \beta p^*)/5040$

$Xc=xm + mt(1-xm)^2/wp^*$

$Lcb(\%)=((wep^* le^2\ Xce + (1-le-lr)(1-lr+le)/2+wrp^*\ lr(1-lr\ Xcr))/Cp - 0.5)*100$

ここで、le, wep*, Xme, lr,wrp*,は、船首entrance,船尾runの数値、Cpは、船首、平行部、船尾の合計値、LcbはMid-shipの後方が+、前方が−です。

## 4. パラメータ関数の解析

オフセットの数値、即ち、深さz毎のSS.N0.における半幅や船首尾プロファイルを船首尾長、半幅、喫水の無次元値に直し、数式表示法の座標に整理します。次に、長さxi,深さzjでの半幅y(xi,zj)の関係式を基に深さzjでのパラメータ関数の値、w(zj),f(zj),t(zj),α(zj),β(zj)を最小二乗法により求めます。

$Ao(Xoij)+A1(Xoij)w(zj)+A2(Xij)f(zj)+A3(Xoij)t(zj)$
$+A4(xoij)\alpha(zj)+A5(Xoij)\beta(zj)=y(xi,zj)/b(zj)$

$Xoij=(xi-g(zj))/(s(zj)-g(zj))$

L/B=7,B/d=3,Cb=0.7の船型のオフセットから船首部曲面のパラメータ関数を解析した結果を紹介します。

(1) Side Flat End Line　s(z)

Side Flat End Line長と船首部長の比を深さベースにプロットして図-4に示します。若干のバラツキはありますが、肩部船底付近で船側垂直線に接しており、両者の交叉に起因する曲面の局所的不連続性の発現を防ぐ配慮が見られます。

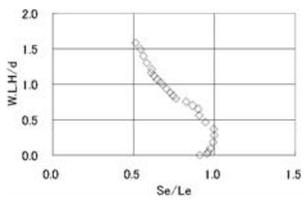



**図-4 Side Flat End Line S(zj)**

(2) パラメータ関数　w(z)

図-5に深さ方向の水線面積係数分布を表すw(z)を示します。若干のバラツキはありますが、船底z=0で接し、喫水線、更に上方へと増加する傾向は、フレームライン形状に対応しています。

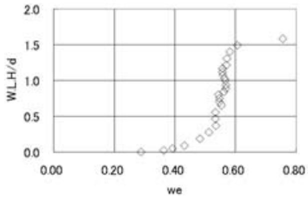



**図-5 パラメータ関数 w(z)**

(3) パラメータ関数　f(z)

図-6に船首端、即ちプロファイルに沿う幅分布に対応するf(z)を示します。z=0で接し、船首バルブ断面形状に対応して変化する傾向が見られます。

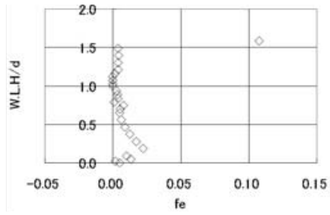



**図-6 パラメータ関数 f(z)**

(4) パラメータ関数　t(z)

図-7に船首端に沿う長さ方向勾配に対応するt(z)を示します。z=0で接し、f(z)と同様に船首バルブ断面形状に対応して変化する傾向が見られます。

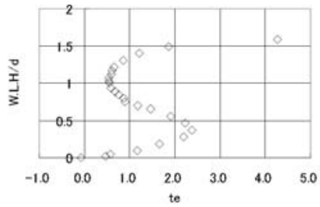



**図-7 パラメタ関数 t(z)**

(5) パラメータ関数　α(z)

図-8に肩部の曲率に対応するα(z)を示します。z=0で接し、喫水線に向けてマイナスの値から0へと変化します。喫水線付近から船底方向に水線の肩落ち傾向が強まる事を意味します。

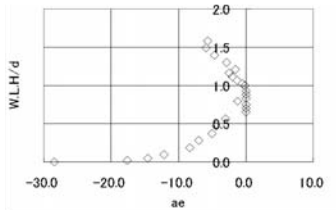



**図-8 パラメータ関数 α(z)**

(6) パラメータ関数　β(z)

図-9に船首端曲率に対応するβ(z)を示します。z=0で接し、喫水の中間付近に極値をもつ分布が得られました。極値深さの水線を中心に先端付近で丸みを帯び肩付近が膨らむ事を意味し過度の、肩落ち傾向の局所的補正と考えられます。

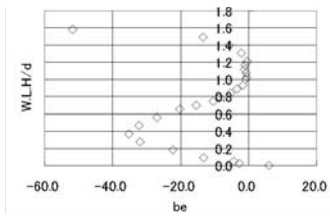



**図-9 パラメータ巻数 β(z)**

(7) 船体曲面の再現

以上データから各パラメータの表示式を回帰分析により設定し曲面の再現を試みました。

船首バルブやフレームラインの傾向等、原船型の特性がかなり忠実に再現されたと評価されます。先人のノーハウをパラメータ関数に置き換える数式表示法の目標に一歩近着いた思いがします。

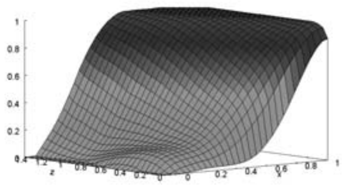


**図-10 再現された曲面**

（技術顧問　武隈克義）

# 船型の数式表示について（10）

## 1. はじめに

複雑な船体形状をパソコン上に創り出す船型数式表示法は、パラメータ関数により、肥大度やフレームライン等設計条件を満足する滑らかな曲面を記述し、その幾何学特性である微分値や曲率等の幾何計量を計算します。基本構成や主要課題について、既刊SRC Newsで紹介しましたが、船型設計についても、多様な船型への適用、曲面の変形、推進性能との関連等の課題と取組んでいます。本稿では、2軸船船尾(Twin Skeg Stern)の表示法、及び船体周りの流場と曲面幾何計量の関連を調査した例を概略紹介します。

## 2. 軸船尾船型への数式表示法適用について

2軸船尾船型の中で、スケグ中心面に沿って異なる形状の曲面が接合するツインスケグ船尾の表示法を紹介します。

### 2.1 ツインスケグ船尾曲面の数式表示

船型数式表示法に従い、船尾部長さ、最大半幅及び喫水を夫々1とする座標(x,y,z)により、スケグ中心面Ys(x,z),舷側の曲面 Yout(x,z), 船体中心側曲面Yin(x,z)を夫々表示し、これらを合わせて、半幅1、舷側幅 / 船体中心側幅比=1/Cの曲面を作ります（図-1）。合成された曲面の表示式は、

船体中心側、(Ys(x,z)−Yin(x,z))・C/(1+C)、

舷側、(Yout(x,z)+C・Ys(x,z))/(1+C)となります。

又、船長方向xの断面積A(x)は、積分範囲をz=0〜1として、

A(x)=∫((Yout(x,z)+C・Ys(x,z))/(1+C))dz

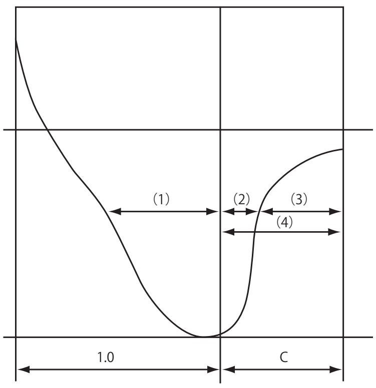
−∫((Ys(x,z)−Yin(x,z)・C/(1+C)))dz

=∫(Yout(x,z)/(1+C))dz+∫Yin(x,z)(C/(1+C))dz

即ち、曲面Yout(x,z)/(1+C)とYin(x,z)・C/(1+C)の断面積の和、即ち、横切面積係数Cp(x)は、舷側Cpout(x), 船体中心側Cpin(x)として、Cp(x)=Cpout(x)+Cpin(x)となります。

### 2.2 ツインスケグ船尾表示例

ツインスケグ船尾の中で良く知られている形態に、舷側は、1軸船尾曲面Yo(x,z)の変形曲面 Yout(x,z)= Yo(x,z)/(1+C), 中心側は、高さZ(x)、幅C/(1+C)の線素から成る曲面の複合体があります。ツインスケグ船尾と原型1軸船がCp曲線を共有する場合、Z(x)=1−Cp(x)、となります。なお、船体中心側形状、あるいは舷側形状が与えられる場合は、上記の断面積の関係よ




(1) Yout(x,z)
(2) Yin(x,z)×C
(3) (Ys(x,z)-Yin(x,z))C
(4) Ys(x,z)×C

図-1　ツインスケグ船尾概念図

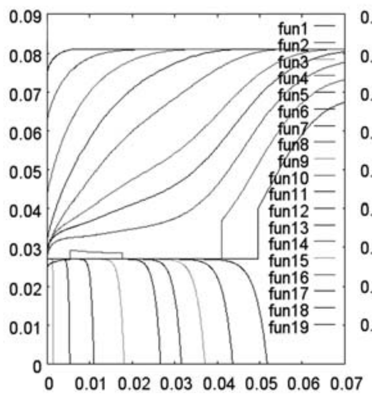



図-2
ツインスケグ船尾数式表示例(1)
スケグ角0度

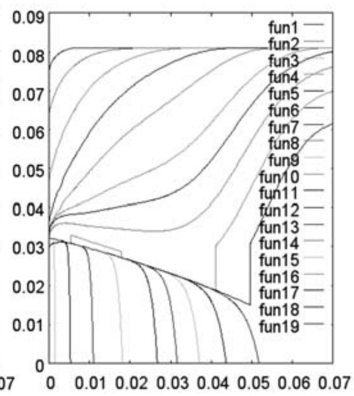
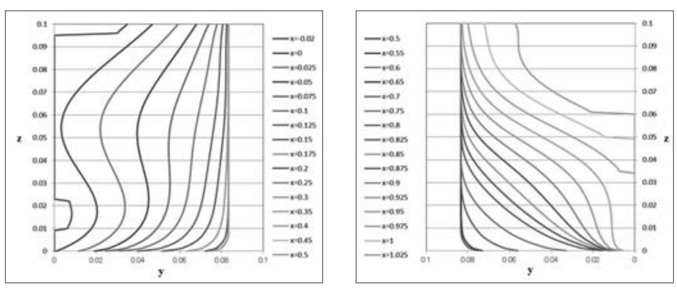



図-3
ツインスケグ船尾数式表示例(2)
スケグ角20度

船型0.82



船首　　船尾

図-4　検討対象船型(数式表示肥大船型)

り舷側曲面形状、船体中心側形状のCp曲線が、次いで形状が決まります。図-2に1軸船尾形状のツインスケグ船尾への変形例を示します。又、Cをzの1次関数（傾斜スケグ）とした変形例を図-3に示します。

## 3. 幾何計量と流力特性の関連について

### 3.1 経緯

流体が接する船体曲面と流力現象の関係は、推進性能要素と肥大度や横切面積曲線等の巨視的なパラメータの関連で評価されデータベースとして蓄積されていますが、船型創生に必要な流力現象と曲面特性の関連の知見は、経験に頼る事例が多い事は否定できません。これを船舶工学の課題とする試みとして、本船型数式表示法と流力特性数値計算法CFDの連携による曲面幾何計量と流場特性の関連調査が、横浜国立大学大学院工学科の修士論文テーマに採り上げられました。以下、内容を概略紹介します。

### 3.2 内容

まず、船型設計法、船体曲面の数式表示法、微分幾何学のレビュー、表示式や計算式の整理、計算プログラムの作成と言う研究基盤を整備します。次に、検討対象船として、L/B=6，B/d=3，Cb=0.65の瘠せ形船及びCb=0.82の肥大船を選び、CbやCp,Cw曲線等の設計条件に対応するパラメータ関数を調整・設定し、曲面形状Y(x,z)の創生、幾何計量計算を行いました。幾何計量は、曲面のx,z方向1階微分Yx,Yz、2階微分Yxx,Yxz,Yzz、及びこれらから求められるガウス曲率K、平均曲率Hとします。

調査対象の流力特性は、曲面に沿う流速v 圧力p、及び剪断応力τとし、構造格子対応流場解析ソフトNEPUTUNEにより計算しました。計算条件は、小型模型船対応のレイノルズ数、実船計画速力対応のフルード数です。

図-4に、正面線図、図-5に船体曲面に沿う圧力と幾何計量の対応を比べた例、図-6にせん断応力と幾何計量の対応例を示します。値の大小は濃淡で示され、流力上留意すべき範囲にマークが付され、対応が鳥瞰出来る様になっています。更に、曲面上同位置の圧力及び剪断応力と幾何計量の定量的相関が調べられました。図-7に示すようなデータについて統計解析がなされ、流力特性と幾何計量の相関係数が得られています。各幾何計量の相関係数を船首と船尾に分けて図-8に示します。全般的に、船長方向微分の相関が深さ方向微分より強く、曲率は、ガウス曲率よりも平均曲率の相関が強い様です。データの詳細分析や物理的意味の検討等課題は残りましたが、この様な研究例は知られておらず、数式表示法のささやかな成果と言えましょう。

（元技術顧問　武限克義）

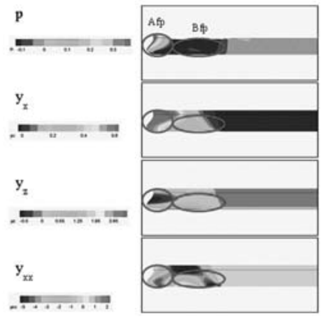



図-5
圧力と幾何計量の対応鳥瞰例
（肥大船　船首、船尾）

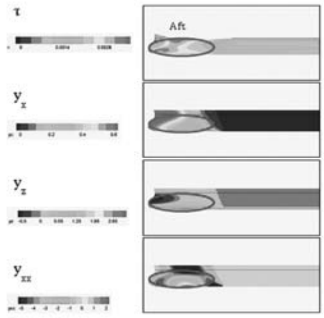
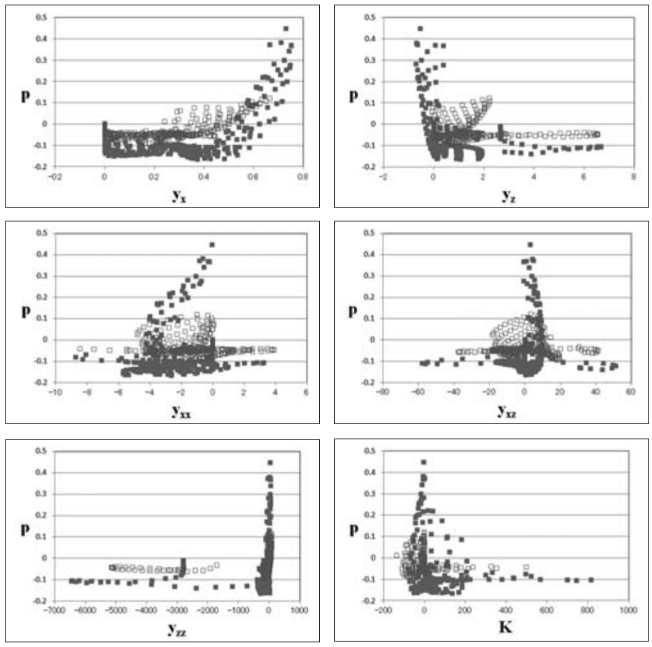



図-6
剪断応力と幾何計量の対応鳥瞰例
（肥大船　船首、船尾）



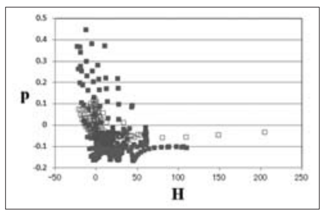




図-7
圧力と幾何計量の計算値対応例
（肥大船　船首、船尾）

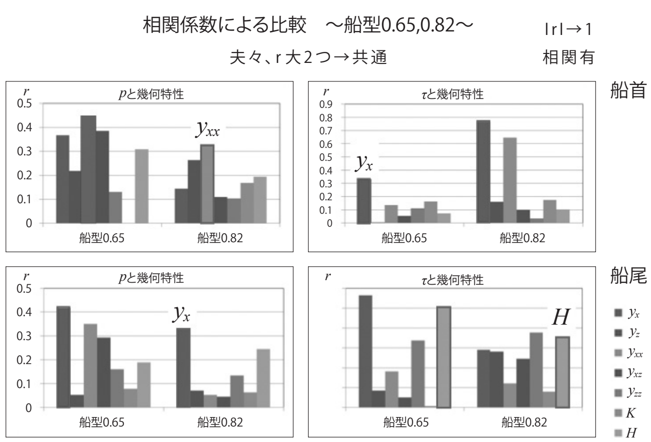



図-8　圧力、剪断応力と幾何計量との相関係数比較